



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática Mestrado
Profissional em Ensino de Matemática

DIEGO NAZARENO DA SILVA GOMES

**UM DIAGNÓSTICO DO ENSINO E APRENDIZAGEM SOBRE
PROBLEMAS DO 2º GRAU**

Belém – 2026

Diego Nazareno da Silva Gomes

**UM DIAGNÓSTICO DO ENSINO E APRENDIZAGEM SOBRE
PROBLEMAS DO 2º GRAU**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do grau de mestre, vinculado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará.

Linha de Pesquisa: Metodologia para o Ensino de Matemática – Nível Fundamental.

Orientadora: Prof^a. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos.

Coorientador: Prof^o. Dr. Pedro Franco de Sá

***Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com o
ISBD Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará***

G633d Gomes, Diego Nazareno da Silva

Um diagnóstico do ensino e aprendizagem sobre problemas do
2º grau / Diego Nazareno da Silva Gomes. — Belém, 2026.
131 f. : il. color.

Orientadora: Profª. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos

Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Ensino de
Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Campus I - Centro de
Ciências Sociais e Educação (CCSE), 2026.

1. Educação Matemática. 2. Equação do segundo grau. 3.
Dificuldades de aprendizagem. 4. Resolução de problemas. I. Título.

CDD 22.ed. 510.7

Elaborado por Priscila Melo CRB-2/1345

DIEGO NAZARENO DA SILVA GOMES

UM DIAGNÓSTICO DO ENSINO E APRENDIZAGEM SOBRE PROBLEMAS DO 2º GRAU

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientadora: Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos.

Data de aprovação: 23/03/2026

Banca examinadora

 Documento assinado digitalmente
MARIA DE LOURDES SILVA SANTOS
Data: 19/03/2026 08:46:44 -0300
Verifique em <https://validar.jt.gov.br>

_____. Orientadora

Profa. Dra. MARIA DE LOURDES SILVA SANTOS

Doutora em Educação – Pontifícia Universidade Católica - PUC/RJ
Universidade do Estado do Pará

 Documento assinado digitalmente
PEDRO FRANCO DE SA
Data: 27/03/2026 21:50:03 -0300
Verifique em <https://validar.jt.gov.br>

_____. Examinador Interno

Prof. Dr. PEDRO FRANCO DE SA

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte/UFRN
Universidade do Estado do Pará

 Documento assinado digitalmente
DAILSON EVANGELISTA COSTA
Data: 23/03/2026 16:39:10 -0300
Verifique em <https://validar.jt.gov.br>

_____. Examinador Externo

Prof. Dr. DAILSON EVANGELISTA COSTA

Doutor em Educação, Ciências e Matemática – Universidade Federal do Mato Grosso / UFMT
Universidade Federal do Tocantins

**Belém – PA
2026**

Este trabalho é dedicado a Deus, O Eterno.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me concedido força, sabedoria e calma nos momentos difíceis durante esta caminhada. Sei que Ele enviou respostas às minhas orações. Muito obrigado Senhor.

A minha **esposa** pelo incentivo aos estudos.

À Universidade do Estado do Pará (UEPA) pela oportunidade.

A minha orientadora **Dr^a. Maria de Lourdes Silva Santos** e ao meu coorientador **Dr. Pedro Franco de Sá**, pela estimada orientação. E não apenas por isso, mas por não terem desistido de mim e deste trabalho. Deus e meus orientadores sabem quantas vezes pensei em desistir.

Ao nobre colega Thiago Cardoso, da turma 2023 do mestrado de matemática - Belém, pela estimada ajuda com o *Jamovi*, mesmo em uma noite de domingo.

Ao amigo Ulisses por ter cedido suas turmas para a aplicação desta pesquisa.

Ao “Beto”, secretário do mestrado, que sempre me atendeu com muita cordialidade.

“O talento vence jogos, mas só o trabalho em equipe ganha campeonatos”

- **Michael Jordan** -

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo diagnosticar as dificuldades de aprendizagem de alunos do ensino médio em relação a problemas envolvendo equações do segundo grau. O estudo parte do pressuposto de que o ensino desse conteúdo prioriza frequentemente a memorização de fórmulas e procedimentos mecânicos, em detrimento da compreensão conceitual e da capacidade de modelagem matemática. Para tanto, realizou-se uma investigação de caráter quantitativo e descritivo, com aplicação de questionários e testes a 86 alunos do primeiro ano do ensino médio de escolas públicas do município de Ananindeua, Pará. O instrumento de coleta incluiu questões sobre perfil socioeconômico, hábitos de estudo, recordação de conceitos matemáticos e um teste com problemas classificados em níveis fácil, mediano e difícil. Os dados foram analisados por meio de estatística descritiva e do teste exato de Fisher para verificar associações entre variáveis. Os resultados indicaram que, embora a maioria dos alunos recordasse conceitos básicos como a fórmula de Bhāskara (94%), a percepção de dificuldade sobre esses tópicos foi predominantemente classificada como “regular” ou “difícil”. No teste aplicado, observou-se um alto índice de respostas em branco (59,6%) e erros (25,9%), com apenas 14,5% de acertos. As maiores dificuldades concentraram-se na interpretação e modelagem de problemas contextualizados, especialmente na tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica. A análise estatística não revelou associações significativas entre desempenho e variáveis como sexo, idade ou escolaridade dos pais, exceto em casos pontuais. Conclui-se que as dificuldades dos alunos são mais relacionadas à fragilidade na compreensão conceitual e na resolução de problemas do que a fatores socioeconômicos isolados. O estudo recomenda a adoção de abordagens pedagógicas que integrem múltiplas representações, contextualização histórica e ênfase na resolução de problemas, visando a uma aprendizagem mais significativa e menos mecânica. Como contribuição prática decorrente dessas conclusões, foi elaborado um produto educacional complementar, destinado a auxiliar professores e alunos a superar as dificuldades de modelagem e interpretação identificadas.

Palavras-chave: Educação matemática; Equação do segundo grau; Dificuldades de aprendizagem; Resolução de problemas.

ABSTRACT

This research aimed to diagnose the learning difficulties of high school students in relation to problems involving quadratic equations. The study assumes that the teaching of this content often prioritizes the memorization of formulas and mechanical procedures, to the detriment of conceptual understanding and the ability to perform mathematical modeling. To this end, a quantitative and descriptive investigation was carried out, applying questionnaires and tests to 86 first-year high school students from public schools in the municipality of Ananindeua, Pará. The data collection instrument included questions about socioeconomic profile, study habits, recall of mathematical concepts, and a test with problems classified into easy, medium, and difficult levels. The data were analyzed using descriptive statistics and Fisher's exact test to verify associations between variables. The results indicated that, although most students recalled basic concepts such as Bhāskara's formula (94%), the perception of difficulty with these topics was predominantly classified as "regular" or "difficult". In the applied test, a high rate of blank answers (59.6%) and errors (25.9%) was observed, with only 14.5% correct answers. The greatest difficulties were concentrated in the interpretation and modeling of contextualized problems, especially in translating natural language into algebraic language. Statistical analysis did not reveal significant associations between performance and variables such as sex, age, or parental education, except in specific cases. It is concluded that the students' difficulties are more related to weaknesses in conceptual understanding and problem-solving than to isolated socioeconomic factors. The study recommends the adoption of pedagogical approaches that integrate multiple representations, historical contextualization, and an emphasis on problem-solving, aiming for more meaningful and less mechanical learning. As a practical contribution resulting from these conclusions, a complementary educational product was developed to help teachers and students overcome the identified modeling and interpretation difficulties. **Keywords:** Mathematics education; Quadratic equation; Learning difficulties; Problem-solving.

Keywords: Mathematics education; Quadratic equation; Learning difficulties; Problem solving.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Equação tipo $x^2 = ab$	26
Figura 2 - Proposição VI 28.....	27
Figura 3 - Proposição VI 29.....	28
Figura 4 - A geometria de $x^2 + 10x = 39$	34
Figura 5 - $z^2 = az + bb$	37
Figura 6 - Amostra de alunos	70

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - O modo hindu de resolver	32
Quadro 2 - Quantidade de problemas do 2º grau nos livros didáticos.....	50
Quadro 3 - Tipos de problemas que aparecem nos livros didáticos de matemática do 9º ano.....	51
Quadro 4 – subtipos de problemas	52
Quadro 5 - Estudos anteriores sobre problemas do 2º grau	54
Quadro 6 – Como os alunos responderam o questionário (acerto, erro e deixou em branco)	83
Quadro 7 - Assuntos estudados e suas respectivas dificuldades.....	85
Quadro 8 - Natureza da evidência segundo Fisher	88
Quadro 9 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e idade dos alunos	89
Quadro 10 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e gosto pela matemática	89
Quadro 11 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e escolaridade do pai	90
Quadro 12 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e escolaridade da mãe	91
Quadro 13 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e hábitos de estudos	91
Quadro 14 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e quem ajuda nas tarefas.....	92
Quadro 15 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e o entendimento das explicações	92
Quadro 16 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e o que o professor mais usa para avaliar.....	93
Quadro 17 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e o interesse pelas aulas.....	93
Quadro 18 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e gosto pela matemática	94
Quadro 19 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e a escolaridade do pai	95

Quadro 20 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e a escolaridade da mãe	95
Quadro 21 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e hábitos de estudos	96
Quadro 22 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e quem ajuda nas tarefas	97
Quadro 23 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e o entendimento das explicações	97
Quadro 24 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e o que o professor mais usa para avaliar.....	98
Quadro 25 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e o interesse pelas aulas.....	99
Quadro 26 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e escolaridade do pai.....	99
Quadro 27 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e escolaridade da mãe.....	100
Quadro 28 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e hábitos de estudos.....	101
Quadro 29 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e quem ajuda nas tarefas.....	101
Quadro 30 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e o entendimento das explicações	102
Quadro 31 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e o que o professor mais usa para avaliar	103
Quadro 32 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e o interesse pelas aulas	103
Quadro 33 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e os hábitos de estudos.....	104
Quadro 34 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e quem ajuda nas tarefas	105
Quadro 35 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e o entendimento da explicação	105
Quadro 36 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e o que o professor mais usa para avaliar.....	106

Quadro 37 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e o interesse pelas aulas.....	107
Quadro 38 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e os hábitos de estudo	107
Quadro 39 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e quem ajuda nas tarefas	108
Quadro 40 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e o entendimento das explicações	109
Quadro 41 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e o que o professor mais usa para avaliar	109
Quadro 42 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e o interesse pelas aulas.....	110
Quadro 43 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e quem ajuda nas tarefas	111
Quadro 44 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o entendimento das explicações	111
Quadro 45 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o que o professor mais usa para avaliar	112
Quadro 46 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o interesse pelas aulas	113
Quadro 47 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o entendimento das explicações	113
Quadro 48 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas e o que o professor mais usa para avaliar	114
Quadro 49 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas e o interesse pelas aulas	115
Quadro 50 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o entendimento das explicações e o que o professor mais usa para avaliar.....	115
Quadro 51 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o entendimento das explicações e o interesse pelas aulas.....	116
Quadro 52 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o que o professor mais usa para avaliar e o interesse pelas aulas	117
Quadro 53 - resumo dos testes de Fisher aplicados e das respectivas relações entre as variáveis.	117

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados OBMEP	49
------------------------------	----

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Idade dos alunos	72
Gráfico 2 - Sexo dos alunos	73
Gráfico 3 - Dependência de alunos	73
Gráfico 4 - Disciplinas da dependência	74
Gráfico 5 - Gosto pela matemática	75
Gráfico 6 - Escolaridade dos responsáveis	76
Gráfico 7 - Conceito de equação do 2º grau	77
Gráfico 8 - Coeficientes da equação do 2º grau	78
Gráfico 9 - Fórmula da equação do 2º grau	78
Gráfico 10 - Discriminante da equação do 2º grau	79
Gráfico 11 - Raízes da equação através de soma e produto	80
Gráfico 12 - Média dos problemas de nível fácil.....	81
Gráfico 13 - Média dos problemas de nível mediano	81
Gráfico 14 - Média dos problemas de nível difícil.....	82
Gráfico 15 - Média das respostas do teste	83

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	19
1 ASPECTOS HISTÓRICOS	22
BABILÔNIA	22
EGITO	24
GRÉCIA	25
CHINA	29
ÍNDIA	30
ÁRABES	33
EUROPA	34
2 ASPECTOS MATEMÁTICOS	39
A FORMA	40
RAÍZES DA EQUAÇÃO	40
O NÚMERO DE RAÍZES	40
VALORES DE MÁXIMOS E MÍNIMOS	40
RESOLVENDO A EQUAÇÃO DO 2º GRAU	41
MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADO	41
FÓRMULA RESOLUTIVA PARA AS EQUAÇÕES DE 2º GRAU	42
3 ASPECTOS CURRÍCULARES	45
4 ESTUDOS ANTERIORES SOBRE O ENSINO DE PROBLEMAS DO 2º GRAU	54
5 METODOLOGIA	70
6 SISTEMATIZAÇÃO DE RESULTADOS E ANÁLISES	72
6.1 PERFIL DOS ALUNOS	72
72	
6.2 QUADRO DE ASSUNTOS E QUESTIONÁRIO	76

6.3 PERGUNTAS DO QUADRO DE ASSUNTOS	77
6.4 Perguntas do teste	80
6.5 Teste de hipóteses e relação entre as variáveis utilizadas	87
Quadro 8 - Natureza da evidência segundo Fisher.....	88
Quadro 9 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e idade dos alunos	89
Quadro 10 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e gosto pela matemática	89
Quadro 11 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e escolaridade do pai.....	90
Quadro 12 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e escolaridade da mãe	91
Quadro 13 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e hábitos de estudos.....	91
Quadro 14 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e quem ajuda nas tarefas	92
Quadro 15 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e o entendimento das explicações	92
Quadro 16 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e o que o professor mais usa para avaliar	93
Quadro 17 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e o interesse pelas aulas	93
Quadro 18 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e gosto pela matemática	94
Quadro 19 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e a escolaridade do pai	95
Quadro 20 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e a escolaridade da mãe.....	95
Quadro 21 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre	

idade e hábitos de estudos	96
Quadro 22 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e quem ajuda nas tarefas	97
Quadro 23 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e o entendimento das explicações	97
Quadro 24 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e o que o professor mais usa para avaliar.....	98
Quadro 25 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e o interesse pelas aulas.....	99
Quadro 26 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e escolaridade do pai.....	99
Quadro 27 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e escolaridade da mãe	100
Quadro 28 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e hábitos de estudos	101
Quadro 29 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e quem ajuda nas tarefas	101
Quadro 30 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e o entendimento das explicações	102
Quadro 31 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e o que o professor mais usa para avaliar.....	103
Quadro 32 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e o interesse pelas aulas	103
Quadro 33 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e os hábitos de estudos	104
Quadro 34 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e quem ajuda nas tarefas	105
Quadro 35 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e o entendimento da explicação	105

Quadro 36 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e o que o professor mais usa para avaliar.....	106
Quadro 37 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e o interesse pelas aulas.....	107
Quadro 38 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e os hábitos de estudo	107
Quadro 39 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e quem ajuda nas tarefas	108
Quadro 40 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e o entendimento das explicações	109
Quadro 41 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e o que o professor mais usa para avaliar.....	109
Quadro 42 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e o interesse pelas aulas.....	110
Quadro 43 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e quem ajuda nas tarefas	111
Quadro 44 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o entendimento das explicações.....	111
Quadro 45 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o que o professor mais usa para avaliar	112
Quadro 46 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o interesse pelas aulas	113
Quadro 47 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o entendimento das explicações.....	113
Quadro 48 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas e o que o professor mais usa para avaliar	114
Quadro 49 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas e o interesse pelas aulas	115
Quadro 50 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o entendimento das explicações e o que o professor mais usa para avaliar	

.....	115
Quadro 51 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o entendimento das explicações e o interesse pelas aulas	116
Quadro 52 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o que o professor mais usa para avaliar e o interesse pelas aulas	117
Quadro 53 - resumo dos testes de Fisher aplicados e das respectivas relações entre as variáveis.....	117
CONSIDERAÇÕES FINAIS	121
REFERENCIAS	124
APENDICE A.....	130
APENDICE B.....	134

INTRODUÇÃO

A educação matemática, enquanto campo de investigação e prática pedagógica, desempenha papel central na formação intelectual e crítica dos estudantes, capacitando-os não apenas para a resolução de problemas acadêmicos, mas também para a compreensão e intervenção na realidade que os cerca. No entanto, observa-se, com frequência, uma desconexão entre os conteúdos programáticos e a efetiva aprendizagem dos alunos, especialmente em tópicos que demandam abstração, modelagem e aplicação contextualizada, como é o caso da álgebra.

O ensino de equações do segundo grau, conteúdo estruturante do currículo de matemática no ensino fundamental, ilustra bem esse desafio: muitas vezes reduzido à memorização de fórmulas e procedimentos mecânicos, sem que os estudantes desenvolvam uma compreensão conceitual sólida ou a capacidade de transpor problemas do cotidiano para a linguagem matemática.

No âmbito mais específico do ensino de ciências exatas e da formação de professores, tem-se discutido a necessidade de abordagens pedagógicas que valorizem a resolução de problemas, o trabalho com múltiplas representações (algébrica, geométrica, numérica) e a integração entre teoria e prática. Tais perspectivas buscam superar um modelo de ensino baseado predominantemente na transmissão de conteúdo, propondo, em seu lugar, processos de aprendizagem significativa, nos quais o aluno seja protagonista na construção do conhecimento. Nesse contexto, a temática dos problemas do segundo grau emerge como objeto relevante de investigação, uma vez que envolve tanto aspectos conceituais e procedimentais quanto competências de leitura, interpretação e modelagem matemática.

Como professor atuante no ensino fundamental e médio, pude observar, ao longo de minha prática docente, as recorrentes dificuldades que os alunos apresentam ao estudar equações quadráticas. Muitos demonstram familiaridade com a fórmula resolutiva, mas revelam sérias limitações ao traduzir situações-problema para a linguagem algébrica, identificar coeficientes ou interpretar o significado das raízes encontradas. Essas lacunas, somadas à percepção de desinteresse e ansiedade frequentemente associada à disciplina de matemática, motivaram-me a aprofundar a investigação sobre como se dá o processo de ensino e aprendizagem desse

conteúdo. Minha trajetória como estudante e, posteriormente, como educador, reforçou a convicção de que é necessário ir além da técnica, promovendo uma aprendizagem que dialogue com as experiências e os saberes prévios dos estudantes.

Estudos anteriores, como os de Martins (2014), Pereira (2022) e Dias (2016), já apontaram para desafios similares: dificuldades na compreensão conceitual, na manipulação algébrica, na interpretação de problemas contextualizados e na transição entre diferentes registros de representação. Tais pesquisas destacam, ainda, a prevalência de um ensino focado na memorização de algoritmos, em detrimento do desenvolvimento do pensamento algébrico. Esses achados reforçam a relevância de se diagnosticar, de forma mais sistematizada, as reais dificuldades enfrentadas pelos alunos, considerando não apenas aspectos cognitivos, mas também fatores socioeconômicos e pedagógicos que possam influenciar o processo de aprendizagem.

Diante desse cenário, a presente pesquisa foi motivada pela necessidade de compreender, de maneira mais precisa e fundamentada, quais obstáculos os alunos efetivamente enfrentam ao estudar problemas do segundo grau. Acredita-se que um diagnóstico detalhado possa fornecer subsídios para a reelaboração de práticas docentes, a elaboração de materiais didáticos mais adequados e a proposição de intervenções pedagógicas que favoreçam a superação dessas dificuldades. Além disso, o estudo possui relevância acadêmica, ao contribuir para a produção de conhecimento no campo da educação matemática; social, ao buscar melhorias na qualidade do ensino ofertado; e profissional, ao oferecer reflexões que podem embasar a formação continuada de professores.

Nesse sentido, a questão que orienta esta investigação é: quais dificuldades os alunos apresentaram em relação à aprendizagem de problemas do segundo grau? Responder a essa indagação permitirá não apenas mapear os principais entraves conceituais e procedimentais, mas também identificar possíveis relações entre o desempenho dos estudantes e variáveis de seu perfil socioeducativo.

Para tanto, este estudo tem como objetivo geral diagnosticar as dificuldades dos alunos em relação à aprendizagem de problemas do segundo grau. De modo mais específico, busca-se: identificar o perfil socioeconômico e os hábitos de estudo dos alunos que estudaram o referido conteúdo; e verificar seus conhecimentos e

recordações sobre os principais conceitos e procedimentos envolvidos na resolução de equações quadráticas.

Estruturamos este trabalho da seguinte forma: após esta introdução, apresentamos uma revisão teórica que aborda os aspectos históricos, matemáticos e curriculares dos problemas do segundo grau, bem como estudos anteriores sobre o tema. Em seguida, descrevemos a metodologia adotada, de caráter quantitativo e descritivo, com aplicação de questionários e testes a alunos do primeiro ano do ensino médio. Na sequência, analisamos e discutimos os resultados obtidos, com foco no perfil dos alunos, em suas dificuldades específicas e nas possíveis associações entre variáveis. Por fim, apresentamos as considerações finais, buscando consolidar as reflexões e apontar direções para futuras investigações e práticas pedagógicas.

1 ASPECTOS HISTÓRICOS

Nesta seção serão tratados os aspectos históricos dos problemas do segundo grau, pois os mesmos não foram concebidos como equações, mas sim, pela necessidade de desenvolvimento da matemática em regiões do oriente, enquanto conhecimento ligado à agricultura e engenharia. Vale ressaltar que não há método geral a ser aplicado aos problemas que eram propostos na antiguidade, mas para cada problema em particular havia uma ordem com os seguintes dizeres: faça assim, faça assim e você encontrará a resposta para esse problema (EVES, 2011, p. 58). Para a construção desta seção nos apoiaremos nos estudos de Pitombeira (2004), Eves (2011), Roque (2012), Boyer e Merzbach (2012) e Lopes Junior (2019).

BABILÔNIA

Segundo Eves (2011, p. 61-62), próximo do ano 2000 a.C. a aritmética babilônica já havia evoluído para uma álgebra retórica, pois os babilônicos já conseguiam resolver equações quadráticas pelo método equivalente ao da substituição, e também pelo método de completar quadrados. Os babilônios eram hábeis construtores e excelentes calculistas que possuíam uma álgebra mais avançada do que sua geometria.

Roque (2012) mostra como os babilônios resolviam problemas que, para nós hoje, seriam escritos na forma $ax^2 + bx = c$. O problema a seguir faz parte da coleção do British Museum, da placa BM 13901. Roque (2012) nos dá uma pequena lista dos resultados aritméticos que serão usados para resolver esse problema.

$$1 \div 2 = 0,30$$

$$0,30 \times 0,30 = 0,15$$

$$0,40 \times 0,20 = 0,13;20$$

$$0,10 \times 0,10 = 0,1;40$$

$$1 \div 0,40 = 1,30$$

$$1,30 \times 0,20 = 0,30$$

Posto isto, Roque (2012) diz que o problema é traduzido assim: “adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual o lado?” e segue logo para a solução.

(i) tome 1

(ii) fracione 1 tomando a metade ($:0,30$)

(iii) multiplique 0,30 por 0,30 ($:0,15$)

- (iv) some 0,15 a 0,45 (:1)
- (v) 1 é a raiz quadrada de 1
- (vi) subtraia os 0,30 de 1
- (vii) 0,30 é o lado do quadrado

Segundo Roque (2012), em cada passo desses procedimentos era usado um tablete de consulta, ou seja, um tablete de multiplicações, um tablete de raízes quadradas, etc. A autora faz a tradução do processo para uma álgebra mais atual que resolve problemas do tipo $ax^2 + bx = c$.

- 1) multiplique a por c (obtendo ac)
- 2) encontre metade de b (obtendo $b/2$)
- 3) multiplique $b/2$ por $b/2$ (obtendo $(b/2)^2$)
- 4) adicione ac a $(b/2)^2$ (obtendo $(b/2)^2 + ac$)
- 5) a raiz quadrada é $(\sqrt{(b/2)^2 + ac})$
- 6) subtraia $b/2$ da raiz acima
- 7) tome o recíproco de a (obtendo $1/a$)
- 8) multiplique $1/a$ pelo resultado do passo 6 para obter o lado do quadrado
- 9) o lado do quadrado é $(\sqrt{(b/2)^2 + ac} - b/2) \times 1/a$

Pitombeira (2004) afirma que um tablete sobre o qual teve conhecimento, tratava de problemas que envolviam equações do 2º grau, o mesmo foi traduzido para nosso sistema de numeração decimal para facilitar os cálculos. Segue o problema: “Achar o lado de um quadrado se sua área menos seu lado é igual a 870”. Esse problema traduzido em linguagem algébrica atual ficaria $x^2 - x = 870$. Pitombeira (2004), afirma que equação do tipo $x^2 - px = q$, com p e q positivos, possui uma raiz positiva dada pela equação:

$$x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} + \frac{p}{2}$$

É claro que os babilônios não possuíam tal fórmula, mas o processo que aplicavam era algo equivalente. Segue o método:

Tome a unidade: 1

Divida a unidade em duas partes: $\frac{1}{2}$

Cruze (multiplique) $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$

Some $\frac{1}{4}$ a 870: $3481/4$

[Isso] é o quadrado de $59/2$

Some $\frac{1}{2}$, que você multiplicou, com 59: O lado do quadrado é $30/2$.

Dessa forma, os babilônicos criavam “receitas” para poderem resolver os problemas que apareciam, já que não havia um método específico na época que conseguisse resolver problemas do segundo grau.

EGITO

Segundo Eves (2011), a matemática egípcia era inferior à matemática babilônica, fato que se remonta ao desenvolvimento econômico alcançado pelos babilônicos. Mas isso não diminui a contribuição egípcia para o campo matemático. No museu de Oxford há um cetro datado de 3100 a.C. com números na ordem de centenas de milhares e milhões, números tais relacionados a campanhas militares. Um outro exemplo é a grande pirâmide de Gizé de 2600 a.C. que foi um grande desafio matemático e de engenharia.

Também serve como referência o papiro Moscou de 1850 a.C. que é um texto matemático com 25 problemas. O papiro Rhind de 1650 a.C. também é um texto matemático com 85 problemas, e o mesmo descreve métodos de multiplicação, divisão, operações com frações e geometria. Já no papiro Rollin de 1350 a.C. pode ser visualizado a utilização prática de números grandes. Todos os problemas dos papiros Moscou e Rhind são problemas numéricos, em sua maioria de ordem prática, existem uns poucos de ordem teórica (EVES, 2011).

Pitombeira (2004) mostra um problema extraído do papiro Moscou, o qual pede para calcular a base de um retângulo cuja altura ℓ é igual a $\frac{3}{4}$ de sua base e cuja área é igual a 12. Em termos atuais o problema ficaria escrito $\frac{3}{4} \ell^2 = 12$, Mas Pitombeira não mostra a forma como o mesmo era resolvido.

Roque (2012), mostra a técnica utilizada pelos egípcios para resolver problemas, a mesma hoje é chamada de técnica da “falsa posição”. Segue um problema mostrado por Roque (2012): “uma quantidade e sua metade somadas fazem 16. Qual a quantidade?”

Solução: dá-se um chute inicial, por exemplo 2.

\1 2

\1/2 1

\1 $\frac{1}{2}$ 3

Obtém-se na primeira etapa que 2 somado à sua metade deu 3, logo não corresponde ao resultado correto. Então temos que encontrar um número que multiplicado por 3 seja 16, consequentemente multiplicamos 2 (que foi o chute inicial) pelo mesmo número e assim encontramos a resposta correta.

\1	3
\2	6
\3	9
\4	12
\5	15
\1/3	1

Logo, o número pelo qual o 3 deve ser multiplicado é $5 \frac{1}{3}$, em seguida, multiplico o 2 por $5 \frac{1}{3}$.

Roque (2012) traz o método da falsa posição para uma simbologia atual da seguinte maneira:

O método da falsa posição pode fornecer uma maneira de resolver equações aritmeticamente, ou seja, sem procedimentos algébricos, e foi usado em diversos momentos da história. Daremos a solução, por falsa posição, para uma equação dada em simbolismo atual por $ax = b$. escolheremos um valor arbitrário x_0 para x e calculamos o valor de ax_0 , que chamaremos de b_0 . Na prática, procuraremos escolher esse valor inicial de um modo que facilite as contas. Em seguida investigamos por que número devemos multiplicar b_0 para obter b e chegarmos a $a \frac{b}{b_0}$ para manter inalterada a igualdade $ax_0 = b$, devemos multiplicar esse número por x_0 . Obtemos, assim, que $a \cdot (x_0 \cdot \frac{b}{b_0}) = b_0 \cdot \frac{b}{b_0} = b$. Logo, a solução de $ax = b$ deve ser $(x_0 \cdot \frac{b}{b_0})$ (ROQUE, 2012, p. 64).

Desta forma, o método da falsa posição ajudava bastante os egípcios de uma forma aritmética prática já que os mesmos não possuíam uma álgebra evoluída que conseguisse resolver os problemas práticos do dia a dia.

GRÉCIA

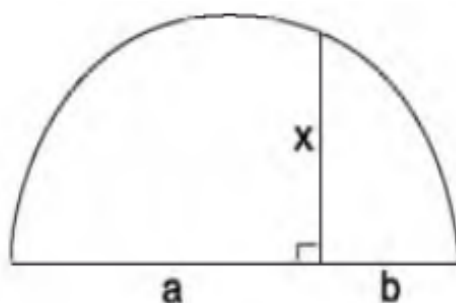
Segundo Eves (2011), os dois últimos séculos do segundo milênio a.C. passaram por enormes mudanças, enquanto o poder do Egito e da Babilônia diminuía, outros povos como os gregos, por exemplo ganhavam destaque. Agora, a matemática e também outros campos do conhecimento passavam a se questionar o porquê das coisas. Tal pensamento fez com que o empirismo desse cada vez mais espaço aos métodos demonstrativos e dedutivos.

Dentre as obras gregas, os *Elementos de Euclides* escrito em 300 a.C. fez com que os outros trabalhos gregos anteriores sobre matemática, ganhassem pouco destaque. A principal fonte de informação dos primeiros passos da matemática grega é chamada de Sumário Eudemiano, que consiste justamente nas páginas de abertura dos comentários sobre Euclides, que fala da geometria grega desde seus primórdios até o próprio Euclides (EVES, 2011).

No Sumário Eudemiano são citados alguns matemáticos que foram proeminentes antes mesmo de Euclides, um deles foi Pitágoras, escolhido aqui por nós por seus notáveis avanços nas resoluções de problemas do 2º grau. A filosofia pitagórica afirma que o fim último do ser humano e de toda matéria são números inteiros, por isso a “descoberta” dos irracionais foi tão perturbadora para os pitagóricos. Com a ideia de que números pudessem ser representados por meio de uma medida de comprimento, os gregos desenvolveram uma álgebra geométrica considerável (EVES, 2011).

Dessa forma, a álgebra geométrica dos gregos era usada para resolver equações do tipo $x^2 = ab$ da forma como mostra a figura 1.

Figura 1 - Equação tipo $x^2 = ab$



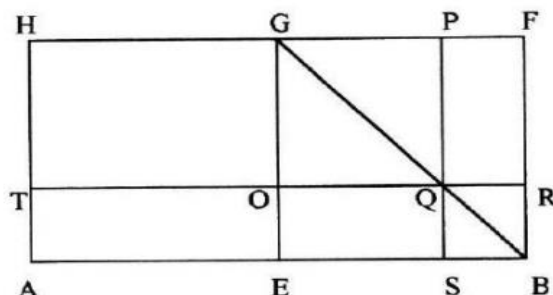
Fonte: Eves 2011, p. 110

As proposições VI 28 e 29 dão soluções geométricas para equações do tipo $x^2 - ax - b^2 = 0$ e $x^2 - ax + b^2 = 0$. Seguem as respectivas proposições:

Proposição VI 28 - Aplicar a um dado segmento de reta AB um paralelogramo AQRS de área igual a uma dada figura retilínea F, e ficando aquém por um paralelogramo QBCR semelhante a um paralelogramo dado, não excedendo a área de F a do paralelogramo descrito sobre metade de AB e semelhante à deficiência QBCR. Proposição VI 29 - Aplicar a um dado segmento de reta AB um paralelogramo AQRS de área igual a uma figura retilínea F, e excedendo por um paralelogramo QBCR semelhante a um paralelogramo dado. (EVES, 2011, p. 111)

Lopes Junior (2019), em seu trabalho, faz uma adaptação da figura apresentada por Euclides sobre esta proposição, justamente para o caso particular dos paralelogramos serem retângulos, e seu defeito ser um quadrado, como mostra a Figura 2.

Figura 2 - Proposição VI 28



Fonte: Lopes Junior, 2019, p. 48

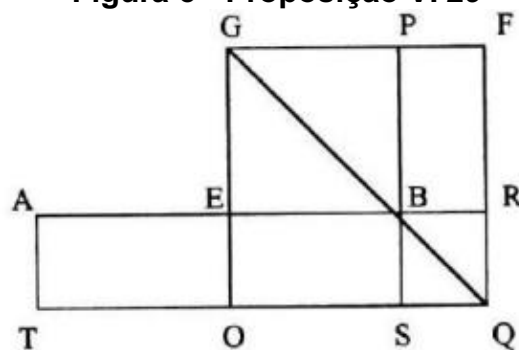
Lopes Junior (2019) ainda mostra como se obter a construção da Figura 2, e também sua prova matemática.

É dado um comprimento ($\overline{AB}$), a área de uma figura plana (C) e uma figura (D) ao qual o defeito será semelhante (fig.27a). A primeira etapa, consiste em dividir o segmento dado a meio, e desenhar sobre a segunda metade do segmento uma figura semelhante a D (fig.27b). Na segunda etapa constrói-se um paralelogramo J, semelhante a D, tal que a área de J seja igual à área de $EBFG$ – área de C. (Esta construção obriga a usar outras proposições do livro VI dos Elementos, às quais não faço referência, nomeadamente quadraturas e Teorema de Pitágoras) (fig.27c). Finalmente, na terceira etapa coloca-se a figura J no canto superior esquerdo da figura $EBFG$ e prolongam-se alguns dos lados, de modo a obter a figura pretendida (fig.27d). Prova: Pretendemos mostrar que a área de $ASQT$ é igual à área de C e que $SBRQ$ é um quadrado. $SBRQ$ é um quadrado, pois por construção $EBFG$ e $OQPG$ são quadrados. Logo, $\overline{SQ} = \overline{QR}$. Como por construção área de J = área de $EBFG$ – área de C, vem que: área de $EBFGO$ = área de $EBFG$ – área de J = área de $EBFG$ – (área de $EBFG$ – área de C) = área de C. Uma vez que $\overline{GB}$ é a diagonal do quadrado $EBFG$, vem que a área de $\overline{QF}$ é igual à área de $\overline{QE}$. Se juntarmos a ambos ao paralelogramo $\overline{QB}$, vem que o paralelogramo $\overline{PB}$ é igual ao paralelogramo $\overline{OB}$. Mas $\overline{OB}$ é igual a $\overline{TE}$, pois o lado $\overline{AE}$ é igual ao lado $\overline{EB}$, daí que $\overline{TE} = \overline{PB}$. Juntando a ambas as figuras o paralelogramo $\overline{OS}$, temos que o paralelogramo inteiro $\overline{TS}$ será igual ao paralelogramo $EBFQ$, que como já vimos, tem área C. (LOPES JUNIOR, 2019, p. 49-50).

Por fim, Lopes Junior (2019) mostra como o problema ficaria na linguagem algébrica atual atribuindo incógnitas a alguns segmentos, tais como $\overline{AB} = a$, e $\overline{AS} = x$. afirmando que o retângulo $ASQT$ tem lados iguais a x e $(a - x)$, e área igual a C. Basta encontrar o valor de x , tal que $x(a - x) = C \leftrightarrow x^2 + C = ax$. Isto equivale a equações do tipo $x^2 + q = px$.

Sobre a proposição VI 29, Lopes Junior (2019) afirmou que a mesma é complementar da proposição VI 28, e que resolve os outros tipos de equações do 2º grau completas. E, fazendo as adaptações da figura apresentada por Euclides onde o caso mostra paralelogramos serem retângulos, e seu excesso ser um quadrado, segue a figura.

Figura 3 - Proposição VI 29



Fonte: Lopes Junior, 2019, p. 50

Lopes Junior (2019) ainda mostra como se obter a construção da Figura 3 e também sua prova matemática.

Novamente, é dado um comprimento ($\overline{AB}$), a área de uma figura plana (C) e uma figura (D) ao qual o excesso será semelhante (fig.29a). A primeira etapa é perfeitamente análoga à do caso anterior, que é construir sobre a segunda metade do segmento $\overline{AB}$ uma figura semelhante a D (fig.29b). Na segunda etapa, constrói-se um paralelogramo J, semelhante a D, mas tal que a área da figura J seja igual à área de EBPQ + área de C (novamente, esta construção usa outras proposições do livro VI dos Elementos) (fig.29c). Na terceira e última etapa, coloca-se a figura J no canto superior esquerdo da figura EBPQ e prolongam-se os lados, obtendo-se assim a figura apresentada inicialmente (fig.29d). Prova: Pretendemos agora mostrar que ATQR tem área igual à de C e que SQRB é um quadrado. Por construção, temos que EBPQ e OQFG são quadrados, donde se conclui que SQRB também é um quadrado. Também por construção, temos que área de J = área de EBPQ + área de C. Daí se conclui que: área de OQFBE = área de J - área de EBPQ = (área de EBPQ + área de C) - área de EBPQ = área de C. Como $\overline{AE}$ é igual a $\overline{EB}$, vem que a área do paralelogramo AO é igual à área do paralelogramo OB que, por sua vez, é igual à área de PR, uma vez que $\overline{GQ}$ é a diagonal do quadrado GOQF. Juntando a AO e a PR o paralelogramo EQ, vem que a área de AQ é igual à área de OQFB, que como já vimos é igual à de C. Está assim demonstrado o que se pretendia (LOPES JUNIOR, 2019, p. 51-52).

Da mesma forma como na proposição VI 28, Lopes Junior (2019) considera o segmento $\overline{AB} = a$, e $\overline{AR} = x$, o retângulo ARQT tem lados iguais a x e (x - a) e área = C, tal que $x(x - a) = C \Leftrightarrow x^2 = C + ax \rightarrow$ equação do tipo $x^2 = px + q$.

Dessa forma, percebemos um pequeno vislumbre de como os gregos tratavam seus problemas do 2º grau de maneira geométrica, e como esse tratamento possuía certa limitação, pois não conseguia resolver qualquer tipo de equação do 2º grau pelo fato de os números terem esse caráter geométrico e não existir como expressar áreas com valores negativos.

CHINA

Segundo Eves (2011), a matemática começa a ser sistematizada na China antiga no período Shang, período esse onde podem ser vistas inscrições em ossos e carapaças de tartarugas que mostravam um sistema de numeração decimal. Mesmo nesse período já se podia perceber um sistema posicional de numeração onde eram utilizadas barras dispostas com varas de bambu, e onde o número zero era representado por um espaço em branco (vazio). Um dos trabalhos mais antigos desse período é chamado de o Livro das Permutações onde aparecem os dois princípios (o masculino e o feminino), onde a partir deles são formadas oito figuras chamadas de pa-kua.

Ainda segundo Eves (2011), outro importante texto matemático chinês chamado “Os Nove Capítulos sobre a Arte Matemática” se tornou um resumo do conhecimento matemático da época para os chineses. O mesmo possuía 246 problemas sobre inúmeros assuntos, tais como: agricultura, negócios, engenharia, agrimensura, equações e geometria, regras de três, volume, equações lineares e outros.

Em se tratando de resolver problemas do 2º grau, Lopes Junior (2019) afirmou que por volta de 1303 um matemático chamado Chu Shih-chieh mostrou uma técnica para resolver equações polinomiais do 2º grau chamada *método fan ou fan-fan*, onde a mesma era baseada em aproximações sucessivas. Vejamos como esse método é descrito por Lopes Junior.

a solução da equação hoje escrita como $x^2 + 252x - 5292 = 0$, ele consistia no seguinte: partia-se de uma solução aproximada, no caso $x = 19$ (a raiz positiva dessa equação está entre 19 e 20), e usava-se a transformação $y = x - 19$, para obter a equação $y^2 + 290y = 143$ em y , cuja solução está entre 0 e 1. Identificando y^2 com y , obtinha-se uma solução aproximada para essa equação: $y = \frac{143}{291}$ e assim o valor inicial de x era corrigido para: $x = 19 + \frac{143}{291} = 19,49$. A ideia era repetir o processo a partir desse novo resultado até chegar a um número que não mais se modificasse. No caso, fazendo $z = x - 19,49$, obtinha-se a equação em z , $z^2 + 290,98z = 0,66$ e, daí: $z = 0,66 \cdot \frac{1}{291,98} = 0,0022$, o que já confirmava as 2 casas decimais do valor encontrado no

passo anterior (com efeito, os primeiros dígitos dessa raiz são 19,49226). O método chinês foi capaz de minimizar o erro de cálculo da raiz da equação do segundo grau por meio de uma substituição algébrica que garante uma equação equivalente à primeira fazendo com que seu valor fique mais próximo do real (LOPES JUNIOR, 2019, p. 88).

Segundo Boyer e Merzbach (2012), uma outra obra chinesa chamada Tratado Matemático em Nove Partes, mostra como se encontrar a raiz quadrada de 71824.

Com 200 como primeira aproximação de uma raiz de $x^2 - 71.824 = 0$, ele diminuiu as raízes dessa equação de 200, obtendo $y^2 + 400y - 31.824 = 0$. Para esta última equação, ele achou 60 como aproximação, e subtraiu 60 das raízes, chegando a uma terceira equação, $z^2 + 520z - 4.224 = 0$, de que 8 é raiz. Logo, o valor de x é 268. De modo semelhante ele resolveu equações cúbicas e quárticas (BOYER E MERZBACH, 2012, p. 148).

Boyer e Merzbach (2012) também fala do *método fan-fan* descrito por Lopes Junior (2019), sobre o livro Precioso Método dos Quatro Elementos, onde os quatro elementos são chamados de céu, terra, homem e matéria, representados pelas quatro incógnitas de uma mesma equação. Nesse livro não são tratadas apenas equações do 2º grau, mas sim de equações simultâneas e equações que vão até o grau quatorze.

ÍNDIA

Eves (2011) afirmou que vários matemáticos hindus foram eminentes, mas os que se destacaram foram: Àryabhatas, Brahmagupta, Mahāvīra e Bhāskara. E diz que depois de Bhāskara, a matemática hindu fez progressos irregulares até os tempos modernos. Os mesmos aceitavam números negativos e irracionais, e sabiam que uma equação quadrática possuía duas raízes reais, unificando as resoluções algébricas pelo método de completar quadrados.

Segundo Boyer e Merzbach (2012), Àryabhatas escreveu um livro que tratava de astronomia e matemática, onde o mesmo se parecia um pouco com Os Elementos de Euclides no sentido de ambos tratarem de assuntos e obras anteriores, mas existem mais diferenças do que semelhanças entre as obras, pois Os Elementos é uma obra densa e bem ordenada de matemática pura e abstrata com uma estrutura lógica e clara, já o Aryabhatiya, trata de uma obra descritiva em 123 estrofes com regras usadas para cálculos em astronomia e matemática.

Já Brahmagupta, segundo Boyer e Merzbach (2012), tem em sua obra mais conhecida, Brahmasphuta Siddhanta, assuntos como trigonometria, geometria e

também chegou a fazer a generalização da “fórmula de Heron” de certa maneira para se encontrar a área de quadriláteros, $K = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$, onde a , b , c e d são lados e s é o semiperímetro. Essa fórmula só é correta para quadriláteros cíclicos, pois a fórmula correta para um quadrilátero qualquer é: $K = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d) - abcd \cos^2 \alpha}$, onde α é metade da soma de dois ângulos opostos. Em relação às suas contribuições à álgebra, são soluções gerais para equações do 2º grau, mesmo com duas raízes, ainda que uma delas seja negativa.

Boyer e Merzbach (2012) não cita Mahāvīra assim como cita Eves (2011), ele traz à tona o nome de outro matemático hindu ilustre, Madhava, provável fundador da escola keralesa, este matemático se tornou conhecido devido à expansão que fez do seno e cosseno em séries de potências, cálculo de π até onze casas decimais, cálculo de circunferência e expansão em série arco-tangente.

Em se tratando de equações quadráticas, nossos olhos se voltam para um célebre matemático indiano, que segundo Boyer e Merzbach (2012), foi o mais importante do século XII. Este matemático preencheu as lacunas deixadas por Brahmagupta, dando solução geral para equação de Pell, afirmando que o quociente de um número por zero é infinito. Em sua obra mais conhecida, Lilavati, existem vários problemas envolvendo equações lineares e quadráticas, determinadas e indeterminadas, progressões, mensurações, ternos pitagóricos e outros.

Segundo Lopes Junior (2019 apud Pedroso 2010) um dos problemas do 2º grau encontrado no lilavati é: “O quadrado da quinta parte do número de macacos de um bando, subtraída de 3 macacos, entra numa caverna; e um macaco cá fora pendurado numa árvore. Diga quantos são os macacos” pode ser traduzido para linguagem algébrica atual da seguinte maneira: $(\frac{1}{5}x - 3)^2 + 1 = x$ ou $x^2 - 55x + 250 = 0$. Lopes Junior (2019 apud Pedroso, 2010), dá uma amostra de como Bhāskara resolveu o seguinte problema.

A raiz quadrada do número de abelhas de um enxame voou rumo a um jasmineiro, enquanto $\frac{8}{9}$ do enxame permaneceu atrás; e uma abelha fêmea ficou voando em torno de um macho que se encontrava preso numa flor de lótus para a qual foi atraído à noite por seu doce odor. Diga-me adorável mulher, qual é o número de abelhas (LOPES JUNIOR, 2019 APUD PEDROSO, 2010, p. 7).

Quadro 1 - O modo hindu de resolver

Seja ya v 2 o número de abelhas do enxame	Seja $2x^2$ o número de abelhas do enxame
A raiz quadrada da metade desse número é ya 1	$\sqrt{\frac{2x^2}{2}} = x$
Oito nonos de todo o enxame é ya v $\frac{16}{9}$	Oito nonos de todo o enxame é $(\frac{16}{9})x^2$
A soma da raiz quadrada com a fração e o casal de abelhas é igual à quantidade de abelhas do enxame, isto é, ya v 2	$x + (\frac{16}{9})x^2 + 2 = 2x^2$
Reduzindo-se ao mesmo denominador os dois membros da equação e eliminando o denominador, a equação transforma-se em ya v 18 ya 0 ru 0 ya v 16 ya 9 ru 18	$\frac{9x + 16x^2 + 18}{9} = \frac{18x^2}{9} \Leftrightarrow$ $18x^2 = 16x^2 + 9x + 18$
Após a subtração a equação torna-se ya v 2 ya 9 ru 0 ya v 0 ya ru 18	$18x^2 - 16x^2 - 9x = 16x^2$ $+ 9x + 18 - 16x^2 - 9x$ $2x^2 - 9x = 18$
Portanto ya é 6	Portanto, $x = 6$
Donde ya v 2 é 72	Donde $2x^2 = 2 \cdot 6^2 = 72$

Fonte: Lopes Junior 2019, apud Pedroso 2010, p. 7 e 8

Segundo Roque (2012), Bhāskara II, autor dos livros mais populares da matemática hindu, mostra regras para resolver problemas que envolviam valores desconhecidos. As mesmas foram postas em versos acompanhadas de comentários do autor, fornecendo um método geral para o enunciado, como se segue.

“(I) de uma quantidade retiramos ou adicionamos a sua raiz multiplicada por um coeficiente e a soma ou a diferença é igual a um numero dado.” ... (II) “seja uma igualdade contendo a quantidade desconhecida, seu quadrado etc. se temos os quadrados da quantidade desconhecida etc., em um dos membros multiplicamos os dois membros por um fator conveniente e somamos o que é necessário para que o membro das quantidades desconhecidas tenha uma raiz , igualando, em seguida, essa raiz a do membro das quantidades conhecidas, obtemos o valor da quantidade desconhecida.” ... (III) “é por unidades iguais a quatro vezes o número de quadrados que é preciso multiplicar os dois membros ; e é a quantidade igual ao quadrado do número primitivo de quantidades desconhecidas simples que é preciso adicionar.” (ROQUE, 2012, p. 190).

Roque (2012) faz a tradução desse enunciado citado por Bhāskara, utilizando notação algébrica atual, informando que os tipos de problemas do segundo grau dos versos acima, são do tipo $ax^2 + bx = c$. Primeiro multiplica ambos os lados por $4a$, temos $4a^2x^2 + 4abx = 4ac$. Agora soma-se b^2 em ambos os lados, temos, $4a^2x^2 + 4abx + b^2 = 4ac + b^2$. Nota-se que o primeiro membro é um trinômio do quadrado perfeito, logo podemos escrever da seguinte maneira: $(2ax + b)^2 = 4ac + b^2$. Efetuando a raiz quadrada em ambos os lados temos, $2ax + b = \sqrt{4ac + b^2}$. Isolando o valor desconhecido temos, $x = \frac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a}$.

ÁRABES

Segundo Eves (2011), os trabalhos de Brahmagupta foram levados para a Arábia e posteriormente traduzidos por volta do ano 766. O califa Harun al-Rashid patrocinou vários clássicos da cultura grega e hindu, entre eles estava *Os Elementos* de Euclides. Muitos intelectuais escreveram sobre matemática e astronomia, sendo o mais ilustre de todos Mohammed ibn Musâ al-Khowârizmî, que escreveu sobre álgebra e numerais hindus.

Ainda segundo Eves (2011), a primeira aritmética árabe que se conhece é a de Al-Khowârizmî, onde a mesma é molde da aritmética hindu. Os mesmos faziam processos hoje conhecidos como nove fora, método da falsa posição, falsa posição dupla e regra de três. Já a álgebra de Al-Khowârizmî não se mostrou de muita originalidade, pois a mesma tratava das quatro operações elementares e se resolviam equações lineares e quadráticas de maneira tanto algébrica como geométrica.

Segundo Boyer e Merzbach (2012), a tradução latina da álgebra de Al-Khowârizmî possui uma introdução breve sobre o princípio posicional dos números e depois segue para seis capítulos para resolver equações de três tipos: raízes, quadrados e números (x , x^2 e números). O capítulo um mostra quadrados iguais a raízes ($x^2 = 5x$; $x^2/3 = 4x$) dando as respectivas respostas $x = 5$ e $x = 12$. O capítulo dois mostra quadrados iguais a números e o capítulo três resolve raízes iguais a números.

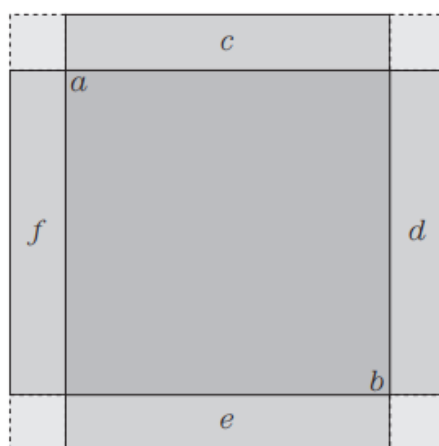
Ainda segundo Boyer e Merzbach (2012), os capítulos 4, 5 e 6 tratam dos três tipos clássicos de equações do 2º grau, “(1) quadrados e raízes iguais a números, (2) quadrados e números iguais a raízes, e (3) raízes e números iguais a quadrados”.

Esses problemas são solucionados através de “receitas” que “completam quadrados”. No capítulo quatro há três exemplos: $x^2 + 10x = 39$, $2x^2 + 10x = 48$ e $(1/2)x^2 + 5x = 28$, onde em cada caso só aparece a resposta positiva. No capítulo cinco há um exemplo: $x^2 + 21 = 10x$, onde ambas as raízes são mencionadas, e no capítulo seis aparece apenas um exemplo: $3x + 4 = x^2$.

Segundo Boyer e Merzbach (2012), não obstante ao fato de Al-Khowârizmî já fazer provas algébricas das equações citadas, o mesmo também faz as demonstrações geométricas para provar aquilo que havia dito. Vamos à prova da equação $x^2 + 10x = 39$.

A figura 4 mostra geometricamente o problema resolvido por Al-Khowârizmî.

Figura 4 - A geometria de $x^2 + 10x = 39$



Fonte: Boyer e Merzbach (2012, p. 167)

Segundo Boyer e Merzbach (2012), outro matemático indiano trouxe ainda mais luz sobre os problemas do 2º grau, Abd-al-Hamid ibn-Turk, em seu livro “*Necessidades Lógicas em Equações Mistas*”, mostra uma exposição mais completa do que a de Al-Khowârizmî, pois faz demonstrações, mesmo que geometricamente, mostrando que quando o discriminante é negativo, a equação não tem solução.

EUROPA

No contexto europeu, quando se trata da produção acadêmica da matemática, optamos por destacar em nossa pesquisa apenas alguns matemáticos que se destacaram por sua contribuição aos problemas do 2º grau. Começamos com François Viète, que, segundo Boyer e Merzbach (2012), mesmo não sendo

matemático por vocação, somente no seu tempo de lazer, fez grandes contribuições à matemática nos campos da aritmética, álgebra, trigonometria e geometria.

Sua contribuição aos problemas de 2º grau foi as questões de notação algébrica, pois segundo Boyer e Merzbach (2012), usou uma convenção bem simples para representar equações, usou uma vogal para representar valores desconhecidos e consoantes para representar valores conhecidos, onde se faz uma clara distinção entre parâmetros e valores desconhecidos.

Segundo Lopes Junior (2019), Viète faz a demonstração da fórmula resolvente de equações quadráticas utilizando duas novas incógnitas dada a equação $ax^2 + bx + c = 0$, ele substituiu x por $y + z$, obtendo a equação $a(y + z)^2 + b(y + z) + c = 0$, que ao ser desenvolvida fica $ay^2 + (2az + b)y + az^2 + bz + c = 0$. Na sequência, encontrou valores para z onde o coeficiente de y fosse igual a zero, assim sendo, $z = -\frac{b}{2a}$, fazendo a devida substituição na equação $ay^2 + (2az + b)y + az^2 + bz + c = 0$, temos que $ay^2 + a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = 0 \Rightarrow 4a^2y^2 = b^2 - 4ac$. Na sequência isolamos o y obtendo $y = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Como no início tínhamos que $x = y + z$, temos que $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Segundo Boyer e Merzbach (2012), coube a Albert Girard enunciar as relações entre raízes e coeficientes, pois diferentemente de Viète, ele admitia raízes negativas e também as imaginárias, enquanto Viète aceitava apenas as positivas. Os mesmos autores afirmam que parece se dever a Girard a noção de que uma equação tem tantas raízes quanto for o número do seu expoente de maior grau.

Segundo Lopes Junior (2012), Girard já utilizava alguns símbolos da mesma forma como os utilizamos hoje, tais como $+$, $-$ e $\sqrt{}$. O autor cita como Girard escreveria a equação $5x^2 = 18x + 72$, ficando $5(2)$ é igual a $18(1) + 72$. Perceba que ele não possuía símbolo para a igualdade. Como Girard resolvia os problemas do 2º grau? O mesmo se utilizava do método hindu-arábico, como vemos a seguir.

"5(2) é igual a 18(1) + 72. A metade do número dos (1) é + 9. O seu quadrado é +81, ao qual junta-se 5 vezes +72, que é +360. A soma dá 441. A $\sqrt{441}$ é 21, a qual é acrescentada e retirada ao primeiro, donde resulta 30 e -12. Cada um deles dividido por 5, dá 6 e -12/5, que é o valor de 1(1)" (LOPES JUNIOR, 2019 apud CASSINET, 1980, apud ANDRADE, 2000 p. 101).

Outro matemático importante para o estudo de problemas do 2º grau foi René Descartes. Segundo Boyer e Merzbach (2012), Descartes fez significativo progresso em sua álgebra simbólica e na interpretação geométrica da álgebra, tanto que os autores afirmam que “o texto matemático mais antigo que um estudante de álgebra de hoje pode seguir, sem encontrar dificuldade com a notação. Quase que o único símbolo arcaico no livro é o uso de α em vez de $=$ para a igualdade”. Lopes Junior (2019) afirmou que em termos de simbologia, Descartes usava para quantidades desconhecidas as últimas letras do alfabeto, enquanto que para quantidades conhecidas, as primeiras. Isso nos facilitará a simbologia usada por Descartes para resolver equações do 2º grau.

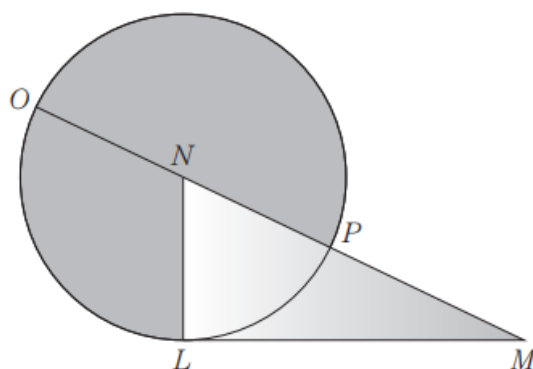
Vamos ver agora como Descartes fazia seus tratamentos geométricos a equações do 2º grau do tipo $z^2 = az + b^2$, e que também, segundo Boyer e Merzbach (2012), podem ser feitas construções semelhantes para os casos $x^2 = az - b^2$ e $z^2 + az - b^2$, que são equações do 2º grau que admitem raízes positivas.

"Constrói-se o triângulo rectângulo NLM tal que o lado LM seja igual a b , a raiz quadrada da quantidade conhecida bb , e o lado LN seja $a/2$, a metade da outra quantidade conhecida, que está multiplicada por z , que se supõe ser a linha desconhecida. Depois, prolonga-se MN , a base desse triângulo, até O , de modo que NO seja igual a NL ; toda a linha OM é z , a linha procurada. Ela exprime-se desta forma: $z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$." (LOPES JUNIOR, 2019, p. 96 apud DESCARTES, 1954 apud ANDRADE, 2000 p. 104).

Com relação ao método acima citado por Lopes Junior (2019), Boyer e Merzbach (2012), fazem a seguinte leitura do método de Descartes:

"Trace um segmento LM de comprimento b e, em L , levante um segmento NL igual a $a/2$ e perpendicular a LM . Com centro N , construa um círculo de raio $a/2$ e trace a reta por M e N , que cortará o círculo em O e P . Então, $z = OM$ é o segmento desejado. (Descartes ignorava a raiz PM da equação porque é "falsa", isto é, negativa.)" (BOYER E MERZBACH, 2012. p. 239).

Figura 5 - $z^2 = az + bb$



Fonte: Boyer e Merzbach, 2012 p. 239

Descartes apresenta uma forma de resolver problemas do 2º grau, mas sem dar justificativas. Lopes Junior (2019) diz que a justificativa se deduz pela proposição III-36 dos *Elementos de Euclides* da seguinte maneira:

Por construção, temos que $\overline{LM} = b$ e que $\overline{LN} = a/2$. Pela proposição referida temos que $\overline{MP} \cdot \overline{MO} = \overline{ML}^2$. Temos então que: $\overline{MP} \cdot \overline{MO} = \overline{ML}^2 \Leftrightarrow (\overline{MO} - a) \cdot \overline{MO} = bb \Leftrightarrow \overline{MO}^2 - a \cdot \overline{MO} = bb \Leftrightarrow \overline{MO}^2 = a \cdot \overline{MO} + bb$. Pela última igualdade, conclui-se que $\overline{MO}$ satisfaz a equação $z^2 = az + bb$, sendo portanto solução da equação. Para se deduzir a expressão algébrica da solução ($z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$) é suficiente aplicar o teorema de Pitágoras ao triângulo MNL. Assim: $\overline{MN}^2 = \overline{ML}^2 + \overline{LN}^2 \Leftrightarrow (\overline{MO} - \overline{NO})^2 = \overline{ML}^2 + \overline{LN}^2 \Leftrightarrow (z - a/2)^2 = bb + aa/4 \Leftrightarrow z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$. (LOPES JUNIOR, 2019 p. 97).

Dessa forma percebemos que os problemas do 2º grau eram tratados de maneira geométrica por Descartes assim como foram para os gregos, mas com um rigor matemático maior, de maneira mais demonstrativa e simbólica, já que na época de Descartes a simbologia matemática tinha avançado bastante em comparação ao período grego clássico.

Em suma, procuramos nesta seção mostrar como a matemática utilizada para resolver os problemas do 2º grau se desenvolveu ao longo do tempo e entre povos, pois possa ser que o aluno desavisado, pense que fórmulas resolutivas ou métodos específicos de resolução tenham surgido do dia para a noite ou tenham advindo de apenas um povo específico, quando, na verdade, essa matemática foi construída ao

longo de séculos e até mesmo milênios por várias povos com diferentes interesses e aplicabilidades para tal conhecimento.

2 ASPECTOS MATEMÁTICOS

Problemas do 2º grau são problemas em que se faz necessário o uso de equações polinomiais do 2º grau para que os mesmos sejam resolvidos. Nesse sentido, é necessário definir o que são equações polinomiais do 2º grau. Nesta seção, utilizaremos a coleção Fundamentos da Matemática Elementar do professor Gelson Iezzi.(1977).

Definição

Segundo Iezzi (1977), Seja $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais. Consideremos o produto cartesiano $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$:

$$\mathbb{R}^2 = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } y \in \mathbb{R}\}$$

Isto é: $\mathbb{R}^2$ é o conjunto dos pares ordenados (x, y) em que x e y são números reais.

Chama-se conjunto dos números complexos e representa-se por $\mathbb{C}$, o conjunto dos pares ordenados de números reais para os quais estão definidas a igualdade, a adição e a multiplicação.

Precisamos primeiramente definir os números complexos, pois Iezzi (1977) faz uso desta definição para poder definir equações polinomiais do 2º grau, vamos a ela.

A definição de polinômios segundo Iezzi (1977) diz que dada a sequência de números complexos $(a_0 + a_1 + a_2, \dots, a_n)$, consideremos a função: $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ dada por $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. A função f é denominada função polinomial ou polinômio associado à sequência dada.

Nesse sentido Iezzi também define grau do polinômio como seja $f = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ um polinômio não nulo. Chama-se grau de f , e representa-se por ∂f ou $\text{gr } f$, o número natural p tal que $a_p \neq 0$ e $a_i = 0$, para todo $i > p$. Assim, grau de um polinômio f é o índice do “último” termo não nulo de f .

Dada duas funções polinomiais $y = f(x)$ e $y = g(x)$, chama-se equação polinomial ou equação algébrica a sentença aberta $f(x) = g(x)$. Desta forma, uma equação polinomial do segundo grau é aquela que possui grau 2 como maior grau.

A FORMA

Seja a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, onde a , b e c são números complexos, com $a \neq 0$. Essa equação sempre possui duas raízes complexas, que podem ser diferentes ou iguais, reais ou imaginárias.

RAÍZES DA EQUAÇÃO

As raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ são indicadas por x_1 e x_2 e obtidas pela fórmula a seguir. Desenvolvendo a forma canônica temos que:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \Leftrightarrow a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \right] = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) &= 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} &= \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{aligned}$$

Onde $\Delta = b^2 - 4ac$.

O NÚMERO DE RAÍZES

O número de raízes de uma equação do 2º grau é condicionado a $\sqrt{\Delta}$ ser real; desta forma têm-se três casos:

1º) $\Delta > 0$, duas raízes reais e distintas.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

2º) $\Delta = 0$, duas raízes reais e iguais.

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}.$$

3º) $\Delta < 0$, não possui raízes reais.

VALORES DE MÁXIMOS E MÍNIMOS

lezzi (1977, p. 147) mostra dois teoremas sobre máximos e mínimos:

I. Se $a < 0$, a função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ admiti o valor de máximo

$$y_M = -\frac{\Delta}{4a} \text{ para } x_M = -\frac{b}{2a}.$$

II. Se $a > 0$, a função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ admiti o valor de mínimo

$$y_M = -\frac{\Delta}{4a} \text{ para } x_M = -\frac{b}{2a}.$$

Demonstração

I. Função quadrática na forma canônica:

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \right] \quad (1)$$

Sendo $a < 0$, o valor de a será tanto maior quanto menor for o valor da diferença $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right)$.

$-\frac{\Delta}{4a^2}$ é constante pois não depende de x e $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \geq 0$ para todo x real. Então a diferença assume o maior valor quando $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = 0$, ou seja, $x = -\frac{b}{2a}$.

Substituindo $x = -\frac{b}{2a}$ em (1):

$$y = a \left[\left(-\frac{b}{2a} + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \right] = a \left[(0)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \right] = -\frac{\Delta}{4a}$$

II. Prova-se de modo análogo.

Os pontos de máximo e mínimo servem para encontrar o ponto que é chamado de o vértice da parábola $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

RESOLVENDO A EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Sobre os métodos de resolução das equações do 2º grau, Do Vale (2013) mostrou em seu trabalho vários métodos a serem utilizados, mas aqui neste abordaremos apenas o método convencional e o método de completar quadrados, pois ambos são os que aparecem nos livros didáticos. Caso o leitor tenha curiosidade de conhecer os outros métodos, recomendamos o trabalho de Do Vale (2013) para consulta.

MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADO

Esse método é descrito em Roque (2012) com um exemplo do próprio Al-Khwarizmi, árabe que cita o método diz:

“Um *mal* e dez *Jidhr* igualam 39 *dinares*”, que em nossa notação algébrica seria representado como $x^2 + 10x = 39$. O algoritmo de resolução era descrito assim: Tome a metade da quantidade de *Jidhr* (que neste exemplo é 5); Multiplique essa quantidade por si mesma (obtendo 25); Some no resultado os *Adad* (fazemos $39 + 25 = 64$); Extraia a raiz quadrada do resultado (que dá 8); Subtraia desse resultado a metade dos *jidhr*, encontrando a solução (essa solução é $8 - 5 = 3$). Traduzindo esse procedimento em linguagem algébrica atual, teríamos que a solução de uma equação do tipo $x^2 + bx = c$ é dado por $\frac{-b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + c}$ ” (ROQUE, 2012, p. 198).

Agora vamos descrever o método para resolver as equações do tipo $x^2 + bx =$

c:

- Pegasse a metade do termo b e elevasse ao quadrado e somasse esse valor a ambos os membros da igualdade.

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

- Agora notemos que o primeiro membro da igualdade é um trinômio do quadrado perfeito cujos termos são x e $\frac{b}{2}$, podendo ser escrito assim

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

- Fazendo a raiz quadrada de ambos os membros da igualdade temos

$$x + \frac{b}{2} = \sqrt{\frac{b^2}{4} + c}$$

- Por fim subtraindo $\frac{b}{2}$ em ambos os lados da igualdade chegamos a

$$x = \frac{-b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + c}$$

FÓRMULA RESOLUTIVA PARA AS EQUAÇÕES DE 2º GRAU

Como visto no exposto acima, o método encontrado por Al-Khwarizmi resolve alguns tipos de equações do 2º grau, mas é limitado, pois trabalha com números positivos, visto que, por se tratar de um método geométrico onde se trabalha com medida de lado e área de figuras, os mesmos só admitem valores positivos.

Baseado no método de completar quadrados, iremos realizar uma manipulação algébrica para equações do 2º grau completas do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, onde a mesma poderá ser utilizada para resolver qualquer equação de 2º grau, não importando seus valores. Claro que as respostas que abrangem os números dos complexos não iremos tratar aqui, mas as mesmas existem.

Temos que $ax^2 + bx + c = 0$, onde a, b e c são números reais.

- Dividindo ambos os lados da igualdade por a, temos:

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

- Subtraindo $\frac{c}{a}$ de ambos os lados da igualdade temos:

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$

- Somando $\frac{b^2}{4a^2}$ em ambos os lados da igualdade, temos:

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

- Perceba que o primeiro membro da igualdade é um trinômio do quadrado perfeito e pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

- Fazendo o mmc no segundo membro da equação, temos:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

- Por convenção, $b^2 - 4ac = \Delta$ e faremos a raiz quadrada de ambos os lados da igualdade, temos:

$$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

- Subtraindo $\frac{b}{2a}$ em ambos os lados da igualdade, temos:

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Assim sendo, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Agora vamos utilizar essa fórmula resolutive para a seguinte equação: $x^2 - 5x + 6 = 0$. O método inicia com a obtenção do valor de delta para saber se as raízes são ou reais ou complexas, pois como nosso objeto matemático situasse no 9º ano do ensino fundamental, caso as raízes venham a ser complexas, não haverá necessidade de passarmos ao passo seguinte. Já no caso em que delta venha a ser real, passaremos ao passo posterior que é a substituição dos valores na fórmula $X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde posteriormente faremos separação do $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$. Em resumo temos:

1° passo: achar o valor de delta

2° passo: substituir os valores na fórmula $X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

3° passo: separar equações $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, e resolvê-las.

Exemplo: Dada a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, obtenha suas raízes.

1° passo: achar o valor de delta

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (6)$$

$$\Delta = 25 - 24$$

$$\Delta = 1$$

2° passo: substituir os valores na fórmula $X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$X = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2(1)}$$

$$X = \frac{5 \pm 1}{2}$$

3° passo: separar equações $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, e resolvê-las.

$$x_1 = \frac{5 - 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{4}{2}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{5 + 1}{2}$$

$$x_2 = \frac{6}{2}$$

$$x_2 = 3$$

Logo as raízes da equação são 2 e 3.

3 ASPECTOS CURRÍCULARES

O ensino de álgebra na escola tem sua importância justificada pelas generalizações que este pode produzir. Segundo Lins e Gimenez (1997), a álgebra visa à representação de fatos genéricos, ela nada mais é que a busca da generalização de um determinado problema. Logo, segundo os autores, o objetivo de desenvolver o estudo da álgebra em sala de aula é explorar e mobilizar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico. Os autores ressaltam que a linguagem algébrica representa a manifestação do pensamento algébrico.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que são um referencial para a construção do conhecimento matemático que visa inserir o aluno em uma posição de cidadania, destaca-se que a matemática está presente no cotidiano de todas as pessoas, onde se é necessário calcular, quantificar e fazer previsões. Posto isto, observa-se que é necessário mais do que uma matemática centrada em ensinamentos mecânicos, e que, partindo de resolução de problemas, devemos buscar desenvolver as competências necessárias para resolver essa matemática do dia a dia.

Segundo os PCN, no terceiro ciclo apresenta-se a resolução de situações-problema com números naturais, racionais e inteiros. Isso corrobora com o cerne da resolução de problemas do 2º grau, pois os mesmos nascem devido a situações-problema como mostrado na parte histórica do conteúdo deste trabalho. Mas o documento diz que devido à complexidade de conceitos e procedimentos algébricos, os mesmos não devem ser aprofundados neste ciclo. Neste ciclo, é suficiente se trabalhar com noção de variável e reconhecer expressões algébricas como relação entre duas grandezas.

Analisando os PCN, os conceitos e procedimentos do terceiro ciclo que podem se relacionar com o nosso objeto de estudo são: “compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas; construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples” (BRASIL, 1998, p. 72), estes estão dentro do campo números e operações. E, dentro das atitudes esperadas para esse ciclo temos: “Reconhecimento de que pode haver diversas formas de resolução para uma mesma situação-problema e conhecê-las” (BRASIL, 1998, p. 75).

Ainda utilizando os PCN, dentre os objetivos de matemática para o 3º ciclo, o que mais se aproxima de nosso objeto de estudo é: “reconhecer que representações

algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções” (BRASIL, 1997, p. 64). Os PCN afirmam que é importante os alunos serem estimulados a resolverem situações-problema, mesmo com diferentes processos, e depois compará-los. Os mesmos dizem que quando o aluno busca soluções para situações-problemas, isso favorece sua necessidade de construção de bons argumentos.

Segundo os PCN, no 4º ciclo do ensino fundamental, o ensino de matemática visa desenvolver “resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais, ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação” (BRASIL, 1998, p. 81). Neste ciclo, é necessário que o aluno continue a trabalhar com problemas, e que os mesmos sejam diversos para que ele reconheça as diferentes funções da álgebra.

Segundo os PCN, quando se trabalha com álgebra é de extrema importância compreender conceitos tais como de variável, função, parâmetros, incógnitas e regras para a resolução de uma equação. Sempre será necessário que o aluno perceba essas conexões e a interdependência entre duas grandezas. Dentro dos conceitos e procedimentos para este ciclo que estão relacionados ao objeto matemático de nossa pesquisa, temos a “resolução de situações-problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta” (BRASIL, 1998, p. 88).

Utilizando os PCN, a atitude que o aluno precisa desenvolver e que se relaciona com nosso objeto é “predisposição para usar os conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas em contextos diversos” (BRASIL, 1998, p. 91). Os PCN recomendam que as técnicas convencionais para equações sejam estabelecidas no 4º ciclo e que os alunos percebam que o uso das equações facilita a resolução de problemas.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é um documento normativo que mostra de forma progressiva as aprendizagens essenciais que todos os alunos deveriam desenvolver ao longo da educação básica. Ao longo desse processo, essas aprendizagens essenciais devem assegurar o desenvolvimento de dez competências gerais, as quais são:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos ...
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências...
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e

culturais... 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital... 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais... 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida... 7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis... 8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional... 9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais... 10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2018, p. 9 - 10).

As competências citadas acima são chamadas de competências gerais da BNCC, mas a mesma traz 8 competências específicas para a área de matemática, das quais destacamos as competências 5 e 6, pois as mesmas se relacionam com nosso objeto pesquisado, já que falam a respeito de resolução de problemas.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2018, p. 265).

Segundo a BNCC, o estudo da álgebra nos anos iniciais tem a finalidade de desenvolver no aluno o pensamento algébrico, que é importante para modelar, compreender, representar e analisar relações quantitativas utilizando letras e símbolos. Já nos anos finais do ensino fundamental, a álgebra é retomada e é necessário que os alunos estabeleçam relação entre variável e função, entre incógnita e equação, e possam desenvolver técnicas para resolução de equações.

Segundo a BNCC, o objeto de conhecimento “equações polinomiais do 2º grau” aparece no 8º ano do ensino fundamental acompanhado da seguinte habilidade: “(EF08MA09) **Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.**” (BRASIL, 2018, p. 311). Note que resolver problemas está inserido na habilidade, logo se enquadra no nosso objeto de estudo.

Ainda segundo a BNCC, o objeto de conhecimento “resolução de equações polinomiais do 2º grau” por meio de fatorações, aparece no 9º ano do ensino fundamental acompanhado da seguinte habilidade: “(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para **resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.**” (BRASIL, 2018, p. 315). Note que, assim como, no 8º ano, resolver problemas que envolvem equações do 2º grau aparece mais uma vez.

O Estado do Pará possui um documento curricular próprio que visa orientar as ações educativas; este documento procura redefinir o currículo das escolas da rede estadual. Nesse sentido, houve vários seminários que culminaram na construção de um caderno balizador da política educacional para cada etapa e modalidade do ensino, com os princípios que se sustentam no “respeito às diversas culturas amazônicas e suas inter-relações no espaço e no tempo, educação para a sustentabilidade ambiental, social e econômica e a interdisciplinaridade no processo ensino-aprendizagem.” (PARÁ, 2018, p. 15).

No documento curricular do Estado do Pará, no ciclo 4, que vai do 8º ao 9º ano do ensino fundamental, no eixo 2, que fala sobre linguagens e suas formas comunicativas, onde o subeixo “a matemática como meio de linguagem e de expressão para a compreensão da realidade” possui o objetivo de aprendizagem “utilizar as linguagens numérica e algébrica, em diferentes representações, para elaboração e resolução de problemas”, possui as habilidades (EF08MA09) e (EF09MA09) da BNCC, já citadas acima.

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), também abrange as escolas privadas, é realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), e tem o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), possui os seguintes objetivos: Estimular e promover o estudo da Matemática; Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade; Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas; Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional; Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as

sociedades científicas; Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento (IMPA).

Como analisamos os documentos oficiais a respeito de nosso objeto, agora buscamos analisar provas de larga escala e como as mesmas abordam o objeto “problemas do 2º grau”. Em relação à OBMEP, fizemos uma busca do ano de 2018 até 2023 para saber quantos problemas do 2º grau apareceram neste tipo de prova no nível 2, pois é neste nível que são avaliados os alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental, e também buscamos problemas no nível 3, nível este que avalia os alunos do ensino médio, visto que se espera que os mesmos já tenham visto tal conteúdo. Obtivemos os resultados mostrados na tabela 1.

Tabela 1 - Dados OBMEP

	Nível 2		Nível 3	
	1ª fase	2ª fase	1ª fase	2ª fase
2018	0	0	0	0
2019	0	0	0	0
2020	-	-	-	-
2021	-	0	-	-
2022	0	0	0	0
2023	0	0	0	0

Fonte: Impa (2024)

Fizemos uma pesquisa no Sistema nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), onde o qual é uma avaliação de larga escala onde possui matrizes de referência com relação às competências e habilidades que os alunos devem possuir, para que os itens sejam mais técnicos na construção e haja uma melhor análise de resultados da avaliação (INEP, 2024).

O SAEB, na área de matemática tem seu foco em resolução de problemas, logo, são apresentados problemas aos alunos, e espera-se que os mesmos desenvolvam estratégias para resolvê-los. A matriz de referência sobre matemática mostrada pelo SAEB não traz sugestões de como esses problemas devem ser trabalhados em sala de aula, e, além disso, não avaliam todos os conteúdos que

devem ser trabalhados pela escola. No simulado disponível no site do INEP, não há nenhum problema de 2º grau (INEP, 2024).

Ainda analisando como o conteúdo de problemas do 2º grau aparece nos documentos curriculares, iremos analisar os livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental de algumas coleções referente ao Plano Nacional do Livro Didático referente ao quadriênio de 2020 a 2023. Nesta análise, iremos identificar os livros por L1, L2, L3, assim sucessivamente, e também tabelar quantos problemas do 2º grau aparecem para sabermos qual coleção procurou trabalhar mais intensamente o assunto.

Quadro 2 - Quantidade de problemas do 2º grau nos livros didáticos

	Livro	Autor(es)	Quantidade de problemas
L1	A conquista da matemática	José Ruy Gioanni Júnior; Benedicto Castrucci	13
L2	Matemática Bianchini	Edwaldo Bianchini	30
L3	Matemática – linguagens e aplicações	Antonio Nicolau; Clarice Fonseca; Heloisa Hessel	18
L4	Matemática Geração alpha	Carlos N. C. de Oliveira; Felipe Fugita	28
L5	Matemática Do cotidiano	Antônio José Lopes Bigode	24
L6	Matemática compreensão e prática	Ênio Silveira	46
L7	Matemática e realidade	Gelson Iezzi; Osvaldo Dolce; Antônio Machado.	55
L8	Convergências Matemática	Eduardo Chavante	34
L9	Matemática: ponto de conexão	Célia Lopes; Lane Alencar; Gizelton Alencar	27
L10	Matemática ideias e desafios	Iracema Mori; Dulce Satiko Onaga	12
L11	Matemática realidade & tecnologia	Joamir Souza	12
L12	Matemática essencial	Patrícia Moreno Pataro; Rodrigo Balestri	40
L13	Telaris Matemática	Luiz Roberto Dante	36
L14	Trilhas da matemática	Fausto Arnaud Sampaio	30

Fonte: Elaborado pelos autores a parti dos livros didático

A análise dos resultados do Quadro 2 nos permite concluir que:

- 1) Todos os livros analisados contêm problemas de 2º grau; nenhuma coleção deixou de incluir esse tipo de atividade.
- 2) A menor quantidade ocorre no L10 e L11, com 12 problemas cada.
- 3) A maior quantidade está no L7, com 55 problemas.
- 4) A média é de aproximadamente 28,7 problemas por coleção.
- 5) Oito das catorze coleções estão acima da média (L2, L4, L6, L7, L8, L12, L13, L14). As demais (L1, L3, L5, L9, L10, L11) estão abaixo da média.

O Quadro 3 sistematiza a distribuição dos tipos de problemas do 2º grau nos livros analisados.

Quadro 3 - Tipos de problemas que aparecem nos livros didáticos de matemática do 9º ano

Livro	Tipos de problemas				
	Númerico	Geométrico	Grandezas da físicas	Combinatória	Total
L1	4	8	1	0	13
L2	9	21	0	0	30
L3	10	8	0	0	18
L4	15	13	0	0	28
L5	10	11	1	2	24
L6	31	10	3	2	46
L7	27	25	2	1	55
L8	18	15	1	0	34
L9	10	14	1	2	27
L10	3	8	0	1	12
L11	3	9	0	0	12
L12	10	29	1	0	40
L13	21	13	1	1	36
L14	15	14	0	1	30

Fonte: Livros didáticos

A análise do Quadro 3 nos permite concluir que:

- 1) Os problemas representam 45,9% (186/405) do total.
- 2) Os problemas geométricos representam 48,9% (198/405).

- 3) Juntos, numéricos + geométricos = 94,8% dos problemas, indicando uma forte predominância dessas duas categorias.
- 4) Grandezas físicas correspondem a apenas 2,7% (11/405).
- 5) Combinatória representa 2,5% (10/405).
- 6) Coleções como L2, L3, L4, L11 e L12 não incluem problemas de combinatória.
- 7) L2, L3, L4, L10 e L11 não trazem problemas de grandezas físicas.
- 8) Apenas L5, L6, L7, L9, L13 e L14 apresentam pelo menos um problema em cada uma das quatro categorias, sendo L6 e L7 as que oferecem maior diversidade categórica.
- 9) No tipo numérico, destaca-se o subtipo “adivinhação”.
- 10) No tipo geométrico, predominam problemas envolvendo retângulos.

O Quadro 4 sistematiza os resultados referente a distribuição dos subtipos de problemas nos livros analisados.

Quadro 4 – subtipos de problemas

	Numérico				Geométrico									Grandezas físicas					Combinação
					Área						outros								
	adivinhação	Partilha	Idade	Vendas	Retangulo	quadrado	Igualdade	Triangulo	Circulo	trapezio	volume	Diagonal	Interseção	Velocidade	Tempo	Temperatura	Queda livre	Lançamento	Combinação
L1	3	1	0	0	4	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
L2	7	0	2	0	7	7	4	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
L3	9	1	0	0	4	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
L4	11	0	3	1	3	6	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
L5	10	0	0	0	3	1	0	1	0	0	0	6	0	0	0	0	0	1	2
L6	26	3	2	0	7	2	1	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	2
L7	17	7	2	1	13	7	3	2	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
L8	15	1	1	1	9	3	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
L9	6	2	2	0	8	2	1	2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
L10	3	0	0	0	1	0	1	4	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
L11	2	0	1	0	1	2	2	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0

L1 2	8	1	1	0	12	6	5	1	0	2	1	2	0	0	0	0	1	0	0
L1 3	15	1	4	1	5	1	1	0	0	2	2	1	1	0	0	0	1	0	1
L1 4	10	1	3	1	7	4	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
To tal	142	18	21	5	84	43	25	13	1	8	9	14	1	3	3	1	3	1	10

Fonte: Livros didáticos

A análise do Quadro 4 nos permiti concluir que:

- 1) Dentro dos problemas numéricos, o subtipo "adivinhação" predomina com 142 ocorrências, representando 76,3% dos 186 problemas numéricos (142/186).
- 2) Nos problemas geométricos, o subtipo "retângulo" é o mais frequente, com 84 ocorrências, correspondendo a 42,4% dos 198 problemas geométricos (84/198).
- 3) Juntos, "adivinhação" + "retângulo" representam 55,8% do total de subtipos contabilizados (226/405), evidenciando uma forte repetição temática.
- 4) Subtipos "círculo", "interseção", "temperatura" e "lançamento" aparecem em apenas 1 problema cada em toda a amostra.
- 5) "Velocidade" e "tempo" aparecem apenas 3 vezes cada.
- 6) Coleções como L7, L12 e L13 exploram uma gama maior de subtipos (9 ou mais).
- 7) Outras, como L3 e L11, concentram-se em apenas 2 ou 3 subtipos principais.
- 8) "Queda livre", "velocidade", "vendas" e "combinação" são pouco representados (de 3 a 10 ocorrências cada).

Em síntese, a análise aponta que a presença de problemas de 2º grau nos livros didáticos é heterogênea em múltiplos aspectos, com concentração nos tipos numérico e geométrico, subtipos adivinhação e área.

4 ESTUDOS ANTERIORES SOBRE O ENSINO DE PROBLEMAS DO 2º GRAU

Para a seleção dos textos que aqui foram utilizados foi feita uma pesquisa no banco de dados da SciELO Brasil com as seguintes especificações: “equação do 2º grau” and “resolução de problemas” e foi obtido zero resultado. Também foi pesquisado “equação do 2º grau” and “sequência didática” e foi obtido zero resultado. Posto isso fomos para o catálogo de teses e dissertações da Capes, onde buscamos por “equação do 2º grau” and “resolução de problemas” e tivemos como resultado três dissertações, das quais utilizamos, para este momento, a de PEREIRA (2022). Na sequência, ainda no catálogo da Capes buscamos pelas palavras-chave “equação do 2º grau” and “sequência didática” e obtivemos duas dissertações como resultado: GONÇALVES (2019) e PEREIRA (2022), ambas utilizadas neste trabalho. Também realizamos a pesquisa com as palavras-chave “equação do 2º grau” and “resolução de problemas” e também “equação do 2º grau” and “sequência didática” na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações onde encontramos 10 resultados na busca, dos quais nenhum foi relevante para nossa pesquisa.

Quadro 5 - Estudos anteriores sobre problemas do 2º grau

Tipo de trabalho	Autor (es)	Tema	Instituição
Artigo	Dias (2016)	Uma sequência didática de equações do 2º grau via resolução de problemas aplicada ao 9º ano do ensino fundamental	Governo do estado do Paraná – cadernos PDE
Dissertação	Guadagnini (2013)	O uso da fatoração na resolução de equações do 2º grau por alunos do 9º ano do ensino fundamental	Universidade federal de Mato Grosso do Sul
Dissertação	Martins (2014)	Dificuldades na resolução de equações de 2º grau dos alunos do 8º ano	Universidade de Lisboa
Dissertação	Modtkoski (2016)	Conceito matemático x algoritmo: construção do conhecimento ou simples mecanização?	Universidade federal do Paraná
Dissertação	Kuroiwa (2016)	Uma abordagem peculiar da equação do segundo grau no ensino fundamental e médio.	Universidade estadual paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Dissertação	Lima (2016)	Sequência didática usando o geogebra na aprendizagem de função quadrática no ensino fundamental ii	Universidade federal do Amazonas instituto de ciências exatas

Dissertação	Santos (2017)	Uma abordagem histórica e metodológica dos métodos de resolução de equação do 2º grau desenvolvidos por al-khwarizmi	Universidade estadual da paraíba
Dissertação	Elias (2018)	Possibilidades de utilização de smartphones em sala de aula: construindo aplicativos investigativos para o trabalho com equações do 2º grau	Universidade tecnológica federal do Paraná
Dissertação	Bressan (2021)	Utilização do algeplan nas operações com polinômios e raízes de equações do 2º grau	Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS)
Dissertação	Oliveira (2022)	Equação do segundo grau: a utilização de jogos colaborando para uma aprendizagem significativa	Universidade de Caxias do Sul
Dissertação	Pereira (2022)	Uma sequência didática para o ensino de equação do 2º grau com uma incógnita à luz da teoria dos campos conceituais de gérard vergnaud	Universidade do estado do Pará
Tese	Amorim (2022)	Equações do 2º grau e o sistema didático zankoviano: um olhar para o desenvolvimento do estudante	Universidade federal de Uberlândia

Fonte: Pesquisa dos autores

O trabalho de Dias (2016) apresentou como **questão norteadora**: “Quais as implicações para o ensino e a aprendizagem de Equações do 2º grau por meio de uma sequência didática via metodologia de ensino Resolução de Problemas?” Seu **objetivo** foi apresentar uma investigação acerca das contribuições da resolução de problemas pensada por meio de uma sequência de atividades para o ensino de Equação do 2º Grau.

A autora elaborou uma unidade pedagógica que foi implementada em sessenta e quatro aulas, e esperava-se que as atividades realizadas ajudassem os alunos na superação da defasagem na disciplina de matemática e na resolução de provas e exercícios. A **metodologia de pesquisa** utilizada foi baseada em uma sequência didática por meio de resolução de problemas proposta por Polya, Onuchic e Allevato, Dante, Vlassis e Demonty.

Dias (2016) utilizou problemas que visavam o aprendizado matemático, e não apenas técnicas, ou seja, para resolver os problemas, os alunos não precisaram conhecer de antemão fórmulas e conceitos matemáticos, os mesmos deveriam alcançar tais conhecimentos com o auxílio do professor. A investigação foi realizada em uma escola pública do estado do Paraná, município de Iporã. Com a participação de 25 alunos de uma turma do 9º ano do ensino fundamental.

Os **resultados da pesquisa** apontaram que os alunos não estão acostumados a resolverem problemas e apresentam dificuldades em leitura e interpretação, logo, destacou-se a importância de se utilizar exercícios com figuras, pois desta forma facilita para o estudante a interpretação do problema, já que para que o aluno resolva um problema, o mesmo deve compreender suficientemente o conceito envolvido.

Em suas **considerações finais**, Dias (2016) disse que, apesar da implementação ter ido de encontro às expectativas iniciais, os objetivos esperados foram alcançados, principalmente ao perceber que os alunos conseguiram ler os problemas, organizar os pensamentos e sua linguagem oral e escrita e, ao mesmo tempo determinar símbolos e vocabulários matemáticos, percebendo o quanto a matemática está presente em suas vidas. A autora ressalta que preparar os conteúdos de maneira a seguir uma sequência estruturada, respeitar conhecimentos prévios e os utilizados no momento do processo é algo essencial.

O trabalho de Guadagnini (2013) trouxe como **questão norteadora**: “Como a mobilização de diversos registros de representação, por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, pode se manifestar na apreensão da resolução de equações do 2º grau completas, por meio da fatoração?” O **objetivo** foi: “Analisar a mobilização de registros numérico, algébrico e geométrico, por alunos do 9º ano do ensino fundamental, para resolver equações do segundo grau na forma completa, utilizando o método do completamento do quadrado”.

A autora elaborou e organizou uma sequência de atividades adaptadas de livros didáticos e paradidáticos. As mesmas partiam da utilização de conhecimentos básicos matemáticos, para a construção de um conhecimento mais amplo que possibilite a resolução de equações do 2º grau através da fatoração. A sequência foi dividida em 3 blocos, onde no primeiro verificava sobre o conceito de área, propriedade distributiva, o quadrado da soma de dois termos, representações numéricas, algébricas, geométricas e fatoração pelo método de completar quadrado.

A **metodologia de pesquisa** foi a engenharia didática citada por Michelle Artigue, a qual seguem 4 fases: “análise preliminar, concepção e análise a priori, experimentação, análise a posteriori e validação”. A pesquisa foi realizada em uma escola da rede pública estadual da cidade de Campo Grande/MS, com 10 alunos do 9º ano do ensino fundamental.

Os **resultados da pesquisa**, segundo a autora, “sinalizaram que, na resolução das equações do segundo grau completas, os alunos encontraram maior dificuldade no uso do registro de representação geométrica do que com o de representação algébrica”. A autora acredita que, com base em seus estudos, a forma mais adequada de se ensinar equações do 2º grau, é propor sua solução através da fatoração.

Nas **considerações finais**, Guadagnini (2013) constatou que, em vários momentos, os alunos conseguiram resolver as equações do 2º grau utilizando os vários registros: algébrico, numérico e geométrico. E também que, para verificarem se uma resposta estava correta, utilizavam mais de um tipo de registro e comparava suas respostas. A autora ainda afirmou que para aumentar a compreensão, é importante realizar tanto a fatoração numérica quanto a fatoração algébrica, e que quanto às representações geométricas devem ser levantadas novas questões sobre o fato de as mesmas não serem utilizadas.

O trabalho de Martins (2014) teve como **questões norteadoras**: “Que significado atribuem os alunos à solução de uma equação do 2º grau em contextos diversificados? Que dificuldades manifestam? e como procedem os alunos para resolver tarefas que envolvam equações de 2º grau? Que dificuldades manifestam?” O **objetivo** foi: “compreender as principais dificuldades que os alunos manifestam na resolução de tarefas envolvendo equações do 2.º grau”.

A autora elaborou uma sequência de atividades, a qual chamou de fichas de trabalho, onde se inicia realizando manipulações geométricas para resolver as equações do 2º grau e, pouco a pouco, foi introduzindo a álgebra para que os alunos pudessem aprender a manipular as equações de forma algébrica sem o auxílio da geometria.

A **metodologia de pesquisa** utilizada por Martins (2014) foi de cunho qualitativo, onde se utilizaram como instrumentos coleta de dados, observação, análise documental e as produções feitas pelos alunos. A pesquisa aconteceu em uma escola secundária em Queluz/Portugal, com uma turma composta por 25 alunos do 8º ano do terceiro ciclo (corresponde ao 8º ano no Brasil).

Os **resultados da pesquisa** de Martins (2014) mostraram que os alunos possuem muitas dificuldades em compreender o significado das resoluções da equação do 2º grau e que as mesmas possuem duas soluções. Os alunos compreendem as formas de resolução das equações de forma equivocada, principalmente no que se refere à manipulação algébrica, prioridade nas operações, princípios de equivalência, produtos notáveis e também o anulamento do produto.

Em suas **considerações finais**, Martins (2014) afirmou que os alunos tendem a considerar que, a incógnita por aparecer mais de uma vez na equação, ela também pode assumir diferentes valores. A autora ressalta que os alunos tentaram resolver as equações do 2º grau como se as mesmas fossem do 1º grau (colocando os números no segundo membro e as letras no primeiro membro). Ela afirmou que, apesar dos erros apresentados pelos alunos, também houve acertos, e diz que é importante que conceitos sejam dados e explorados antes das definições e regras.

O trabalho de Modtkoski (2016) teve como **questão norteadora**: “Os alunos da educação básica compreendem o conceito matemático de equações polinomiais de 1º e 2º graus ou memorizam o algoritmo para chegar ao resultado pretendido?”. E teve como **objetivo**: “identificar se os alunos de uma escola do ensino fundamental do município de Curitiba compreendem conceitualmente o conteúdo programático de equações polinomiais de 1º e 2º graus ou se as resolvem mecanicamente pela compreensão apenas de seu algoritmo”.

A pesquisa foi dividida em duas etapas, nas quais foram usados como instrumentos de coleta de dados duas listas de exercícios: uma com exercícios de aplicação direta com equações do 1º e do 2º grau, e a outra com problemas que são resolvidos utilizando a primeira lista. Essas listas foram desenvolvidas tendo como base elementos teóricos organizados em eixos como: construção do conhecimento, conceito algébrico, algoritmo e resolução de problemas, e álgebra escolar.

A **metodologia de pesquisa** foi de cunho qualitativo e teve como instrumento a resolução de problemas, e para fundamentar o trabalho com relação aos dados obtidos, foram utilizadas as obras de David Ausubel, Edgar Morin, escritos de Jorge Larrosa e a tese de Ettiène Guérios. A pesquisa foi realizada em uma escola pública municipal em Curitiba/PR, com 29 alunos, sendo 4 deles do 9º ano do ensino fundamental e 25 alunos do 1º ano do ensino médio.

Os **resultados da pesquisa** mostraram que, ao aplicar a primeira lista de equações diretas, os alunos acertaram “praticamente todas as equações do 1º grau”,

e nas de 2º grau, apenas 3 alunos erraram. Dessa forma a autora percebeu a fragmentação de conceitos matemáticos aprendidos. Ao aplicar a 2ª lista, deparou-se com a dificuldade de construção do pensamento algébrico por parte dos alunos.

Em suas **considerações finais**, Modtkoski (2016), após analisar os dados coletados, afirmou que os alunos memorizam os passos resolutivos do algoritmo sem os compreender. Isso foi reiterado após a verificação em que a maioria dos estudantes conseguiu resolver as atividades da lista 1 com êxito, sendo que nas equações de 1º grau o índice de acertos foi maior. A autora mostrou que, quando os alunos foram resolver a segunda lista, que continha problemas, os mesmos não apresentaram atividade nem algébrica e nem conceitual. Dessa forma Modtkoski reiterou que os alunos não compreendem os conceitos matemáticos envolvidos nas equações de 1º e 2º grau, e que os mesmos apenas mecanizaram a resolução algorítmica do processo.

O trabalho de Kuroiwa (2016) **não mostra uma questão de pesquisa**, mas teve como objetivo: “auxiliar aos professores na importante tarefa de ensinar, esclarecer, fundamentar e sedimentar os conceitos e as resoluções da equação do 2º grau, promovendo aprendizagem efetiva, com maior interação e cumplicidade ajudando-os em seus questionamentos, providenciando a retomada e a aquisição de saberes com suas intervenções propícias e auxiliando-os a encontrar as respostas às suas indagações”.

A autora realizou uma sequência de 6 atividades onde as mesmas consistiam na resolução de problemas que envolviam equações do 2º grau. Os problemas propostos necessitavam que os alunos utilizassem o método de completar quadrados, manipulações algébricas e resoluções utilizando a fórmula de Bhāskara.

Kuroiwa indica como **metodologia de pesquisa** a resolução de problemas, pois a mesma propicia uma maior interação entre aluno e professor, e uma maior participação, interação e envolvimento dos alunos. O trabalho foi realizado com 11 alunos do 1º ano do ensino médio, e com 25 alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual no município de Prudente/SP.

Os **resultados** mostraram que quando os alunos foram resolver novamente a prova que no início da pesquisa lhes foi aplicada, sua solução ficou mais clara e que, muitos deles conseguiram progredir na aprendizagem. Alguns estudantes ainda apresentaram erros procedimentais. A autora mostra em tabelas os percentuais de

desenvolvimento da aprendizagem dos alunos envolvidos, e todos sem exceção, mostram evolução em sua aprendizagem.

Em suas **considerações finais**, Kuroiwa (2016) afirmou que tanto a sequência de atividades, como a construção da fórmula de Bhāskara pelo método de completar quadrados se mostraram produtivas. A autora ainda afirmou que o uso contextualizado de situações-problema, fez com que os alunos percebessem a aplicabilidade dos conceitos tratados, e que a maioria dos alunos atingiu mais de 50% de acertos na prova. Por fim, ela afirmou que muitos fatores influenciam o processo de ensino-aprendizagem, tais como: “apresentação, exposição e encaminhamento do professor; Os materiais e recursos utilizados pelo professor e a formação do professor, bem como seu trato na transmissão do conteúdo (didática)”.

O trabalho de Lima (2016) teve como **questão norteadora**: “A sequência didática em conjunto com o GeoGebra contribuirá para conversão da linguagem algébrica para linguagem gráfica das funções quadráticas? Após a execução da sequência didática os estudantes compreenderão o papel dos coeficientes e relacionarão com as representações algébricas e gráficas?” Teve como **objetivo**: “Identificar e analisar os obstáculos didáticos da aprendizagem dos estudantes do ensino fundamental na construção do conhecimento sobre o conteúdo de função quadrática, visando a superação com uma sequência didática atrelada ao GeoGebra”.

O autor utilizou 7 atividades em uma sequência didática sobre função do 2º grau, mas para tanto os alunos passaram por um minicurso de preparação no Geogebra para se familiarizarem com o software, pois o utilizariam durante a sequência. A sequência estava voltada para os coeficientes e parâmetros com translações de modo dinâmico da função do 2º grau.

A **metodologia de pesquisa** utilizada pelo autor foi embasada nos moldes da engenharia didática de Michelle Artigue (1996). Almouloud (2007) caracteriza esse tipo de pesquisa também como experimental devido aos registros, validação interna e confronto entre análise a priori e análise a posteriori. A pesquisa foi realizada em uma escola pública na zona distrital 6, no bairro Cidade Nova, cidade de Manaus/Amazonas, com 5 alunos do 9º ano do ensino fundamental II.

Com os **resultados da pesquisa**, o autor percebeu que “os livros didáticos não abordam em suas atividades, a transição do registro gráfico para o algébrico, privilegiam o inverso” e que, para contribuir para superar esse obstáculo, o autor

sugere analisar o comportamento da função quadrática no GeoGebra para depois fazer sua representação de forma algébrica.

Nas **considerações finais**, Lima (2016) disse que o dinamismo das visualizações gráficas no GeoGebra garantiu aos estudantes uma compreensão diferenciada para a articulação entre os registros de representação da linguagem algébrica para a linguagem gráfica e que a execução das atividades em conjunto com o geogebra proporcionou o desenvolvimento na construção do conhecimento sobre função quadrática, além disso, os alunos, em sua maioria, conseguiram relacionar os coeficientes com suas representações algébricas e gráficas.

O trabalho de Santos (2017) teve como **questão norteadora**: “qual a contribuição para a melhoria do ensino/aprendizagem da resolução de equações do 2º grau, de uma abordagem histórica por meio de atividades, dos métodos desenvolvidos por Al-Khwarizmi no passado para resolver esse tipo de equação?”. E teve como **objetivo**: “investigar os efeitos das atividades mediadas pela História da Matemática de modo a contribuir para que os estudantes percebam a construção dos métodos e passem a resolvê-las de forma a entender o processo, tornando o estudo das equações do 2º grau mais significativo”.

O autor elaborou uma série de atividades pautadas na História da matemática que, visavam abordar os métodos desenvolvidos por Al-Khwarizmi para resolver as equações do 2º grau. Santos buscou investigar tais atividades de modo que os alunos percebessem a construção do método, e ao mesmo tempo interagissem com as atividades aplicadas, desta forma tornando o aprendizado mais significativo.

A **metodologia de pesquisa** foi de cunho qualitativo, com aplicação de atividades pautadas na História da Matemática, sendo também uma pesquisa-ação pois tratou de intervenções na sala de aula, procurando estabelecer uma relação entre os pesquisadores e os sujeitos investigados. A pesquisa foi realizada em uma escola pública estadual do estado da Paraíba, com 28 alunos do 9º ano do ensino fundamental.

Os **resultados da pesquisa** foram analisados e categorizados da seguinte maneira: resolveu e chegou à resposta correta; resolveu e chegou a uma resposta incorreta; iniciou a resolução, porém teve dificuldade em concluí-la; não conseguiu resolver e nem apresentou nenhuma resposta. Diante disso foi passado um teste com 8 questões para avaliar a aprendizagem dos alunos. Diante disto, 50% dos alunos acharam a abordagem boa e interessante; 30% acharam boa, mas sem justificar e

20% acharam a abordagem ruim. Ainda segundo o autor, as atividades contribuíram para construção e entendimento dos métodos de resolução da equação do 2º grau.

Em suas **considerações finais**, Santos (2017) disse que a utilização de material concreto facilitou bastante o entendimento das resoluções, e que, com o desenrolar das atividades, os alunos foram ganhando uma evolução em seu desempenho. O autor ainda ressalta que o uso das atividades contribuiu para que os alunos entendessem a origem da fórmula de Bháskara, mostrando que a História da matemática é um instrumento que gera aprendizagem significativa. E, por fim, ele afirmou que a aplicação das atividades desenvolveu nos alunos a capacidade de representação algébrica e geométrica das equações do 2º grau.

O trabalho de Elias (2018) teve como **questão norteadora**: “A utilização de smartphones nas aulas de Matemática, com aplicativos programados para o conteúdo de Equações do 2º Grau, auxilia os estudantes a ressignificarem suas aprendizagens?” e seu **objetivo** foi: “investigar as contribuições de utilização de smartphone, por meio da criação e validação de aplicativos matemáticos educativos, para o ensino de Equação do 2º Grau”.

A autora elaborou uma série de atividades onde foram utilizados a construção de aplicativos com o uso do App Inventor nos formatos de quiz, seleção de opção correta da lei de formação, afirmações com botões de verdadeiro e falso e em formato de calculadora. Para cada aplicativo foi elaborada uma sequência que orientava os alunos quanto ao trabalho que deveria ser realizado.

A **metodologia de pesquisa** utilizada foi de cunho qualitativo, onde foram usados questionários, observações, gravações, mapas conceituais, produções textuais e discussões em grupo. A mesma é baseada numa sequência linear apontada por Flick (2009), na qual as etapas de desenvolvimento se relacionam entre si e a partir dos dados e análises coletados, mostram informações relevantes ao objetivo proposto da pesquisa. O trabalho foi realizado em uma escola pública do município de Curitiba/Paraná, com 34 alunos de uma turma do 9º ano do ensino fundamental II.

Com o **resultado da pesquisa**, a autora conseguiu identificar algumas contribuições que o uso do aplicativo levou aos alunos sobre o objeto “equações do 2º grau”. A primeira foi o fato de os alunos não recearem trabalhar usando os celulares, os demais foram: trazer conceitos históricos acerca do conteúdo; o trabalho coletivo, já que os alunos compartilhavam os celulares com quem não possuía um, a ressignificação e ampliação de conceitos, e, por fim, uma melhor interpretação dos

problemas propostos, pois os alunos não necessitavam fazer cálculos - bastava inserir os dados que o aplicativo fazia isso.

Em suas **considerações finais**, Elias (2018) disse que, a inserção de tecnologias digitais no contexto da sala de aula auxilia na construção de conhecimentos matemáticos e que os alunos assimilaram novos conhecimentos ao longo da sequência. A autora afirmou também que o conteúdo abordado mostrou-se útil aos estudantes em seu dia a dia, a mesma citou algumas limitações enfrentadas, tais como: poucas pesquisas sobre o objeto relacionado a tecnologias digitais, a pouca afinidade da própria pesquisadora com design de aplicativos e a rede wi-fi da escola que não era disponibilizada aos alunos. Por fim, salienta que o uso de tecnologias digitais de forma isolada não promove o aprendizado e diz que as atividades devem ser pensadas e planejadas sistematicamente para atender às especificidades da turma.

O trabalho de Bressan (2021) apresentou como **questão norteadora**: “A ideia de que a maioria dos alunos tende a apresentar dificuldades em alguns conteúdos matemáticos e que a utilização de tais materiais (material manipulável), pode auxiliar positivamente professores e alunos nesse processo.” Seu **objetivo** foi “tratar do uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de Matemática, em específico a utilização do Algeplan no ensino de operações com polinômios e raízes de equações do 2º grau”.

A autora elaborou uma série de atividades as quais foram aplicadas por um período de 18 semanas, mas as semanas de aplicação que nos interessa nesse trabalho são as semanas 15, 16, 17 e 18, pois as mesmas tratam de equações do 2º grau. Essas atividades foram realizadas de maneira remota e suas devolutivas feitas através de fotos pelo WhatsApp e plataforma. A **metodologia de pesquisa** utilizada foi tal que permitia aos alunos a construção do conhecimento com a mediação do professor desde o processo de elaboração dos materiais, até sua aplicação em sala de aula.

Bressan (2021) buscou disponibilizar materiais, listas de exercícios e vídeos com conceitos iniciais sobre a identificação dos coeficientes, raízes de equações com a fórmula resolutive com exemplos de como resolver as questões sobre o cálculo de raízes usando o método de completar quadrados. A pesquisa foi realizada em uma escola estadual de ensino fundamental na cidade de Rosário do sul/RS, com 25 alunos de uma turma do 9º ano do ensino fundamental.

Com os **resultados da pesquisa**, foi possível perceber que o Algeplan e a álgebra têm o objetivo de manipular expressões algébricas e suas operações, através de ambos, a autora encontrou resultados que possuem semelhanças, porém com regras aplicadas de forma diferente. O trabalho propõe a possibilidade de usar propriedades de figuras geométricas para verificar relações conhecidas e inferir novas.

Nas **considerações finais**, Bressan (2021) disse que, mesmo que o aluno consiga manipular o Algeplan seguindo suas regras para operações, isso não significará que ele irá absorver os conceitos esperados, e que, com relação à geometria, alguns alunos não conseguem compreender como usar áreas de quadrados e retângulos nas resoluções que envolvem polinômios. A autora diz que os resultados seriam diferentes se as atividades tivessem sido realizadas de forma presencial.

O trabalho de Oliveira (2022) teve como **questão norteadora**: “A UEPS planejada e aplicada nesta pesquisa, abordando as equações do segundo grau tem potencial para promover aprendizagem significativa de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental?”. E teve como **objetivo**: “planejar, desenvolver, aplicar e analisar o potencial de uma UEPS como recurso pedagógico nos processos de ensino e aprendizagem de equações do segundo grau, no 9º ano do Ensino Fundamental”.

A autora utilizou um conjunto de atividades distribuídas em etapas divididas em 4 módulos onde foram estudados o resgate dos conceitos matemáticos, conceitos algébricos, jogos e aplicativos e atividades de aplicação e avaliação das equações.

A **metodologia de pesquisa** utilizada pela autora foi estudo de caso, e quanto a sua natureza, a mesma é de cunho qualitativo que visa analisar o potencial de uma UEPS (Unidade de Ensino Potencialmente Significativa). Durante a realização das atividades foram elaborados materiais, tais como: avaliação diagnóstica, entrevistas, fichas de observação atitudinal, questões fechadas e abertas, jogos matemáticos e aplicativos. A investigação foi realizada em uma escola pública estadual do município de Caxias do Sul, com uma turma de 20 alunos do 9º ano do ensino fundamental.

Nos **resultados da pesquisa**, a autora afirmou que 50% dos alunos relataram recordar palavras relativas à equação do 2º grau, tais como: incógnita, variável, coeficiente, termo algébrico e termo independente. E que, com relação as atividades sobre as aplicações do 2º grau, na primeira atividade 100% dos alunos conseguiram descrever a trajetória de uma pedra, e 40% associaram a uma parábola. Na segunda

atividade, 50% dos alunos conseguiram identificar elementos que possibilitavam efetuar os cálculos, e 20% conseguiram reescrever a questão na forma de uma equação do 2º grau.

A autora esperava ampliar os conhecimentos dos alunos utilizando materiais potencialmente significativos como os jogos matemáticos, e de acordo com as respostas dos alunos, ela percebeu que alguns conceitos estavam mais claros que outros, mas não diz no texto quais conhecimentos são esses. Com relação ao uso do aplicativo matemático, a autora ressalta que 100% dos alunos não tiveram dificuldades em resolver os problemas, pois os mesmos responderam corretamente.

Em suas **considerações finais**, Oliveira (2022) disse que grande parte dos estudantes conseguiu estabelecer relação entre os novos e os pré-existentes conhecimentos, dessa forma, as atividades foram consideradas por ela com potencial para a aquisição de conhecimento relacionado às equações do 2º grau, tanto com relação aos conceitos algébricos quanto as aplicações das equações.

O trabalho de Pereira (2022) teve como **questão norteadora**: “quais as contribuições de uma sequência didática elaborada para o ensino e aprendizagem de equação do 2º grau com uma incógnita à luz dos Campos Conceituais?”. O **objetivo foi**: “analisar as potencialidades didáticas e os indícios de aprendizagem de uma Sequência Didática com base na Teoria dos Campos Conceituais, e com resolução de problemas do tipo objetivo aplicada ao ensino de equação polinomial do 2º grau”.

O autor elaborou uma sequência didática voltada para a aprendizagem de equações do 2º grau com a finalidade de resolver problemas, para tanto foram elaboradas três atividades onde as mesmas consistiam em desenvolver o reconhecimento das operações que compõem a equação, desenvolver a resolução da equação e por fim, resolver situações problemas que envolvessem equações do 2º grau.

A **metodologia de pesquisa** utilizada é classificada como estudo de caso e possuía tantos aspectos qualitativos quanto quantitativos para poder ser feita a análise de indícios de aprendizagem. Também foi feita uma análise estatística para comparar as respostas dadas pelos alunos, antes e depois da aplicação da sequência. A pesquisa aconteceu em uma escola pública municipal localizada no município de Tailândia/Pará, com uma amostra de 9 alunos do 9º ano do ensino fundamental.

Os **resultados da pesquisa** de Pereira (2022) mostraram que os alunos exploraram conhecimentos para chegar à formalização da definição de uma equação

do 2º grau, apresentando dificuldades aritméticas. Na resolução das equações do 2º grau os alunos tiveram dificuldades para identificar os coeficientes, e na resolução de problemas do 2º grau, as lacunas sobre conhecimentos prévios dificultaram a finalização dos problemas.

Em **suas considerações finais**, Pereira (2022) afirmou que, ao considerar as potencialidades didáticas de sua pesquisa, a mesma pode ser adotada por professores de matemática para o ensino de equações do 2º grau. Também concluiu que os sujeitos da pesquisa não evoluíram mais devido ao número de aulas ter sido mínimo, logo, o autor ressalta que sua sequência didática é recomendada desde que haja tempo suficiente para a discussão dos problemas.

O trabalho de Amorim (2022) teve como **questão norteadora**: “quais as contribuições do processo de obutchénie de equações do 2º grau baseado no sistema zankoviano para o desenvolvimento do estudante?”. E seu **objetivo** foi: “analisar as contribuições do processo de obutchénie de equações do 2º grau baseado no sistema zankoviano para o desenvolvimento do estudante”.

A autora organizou uma tarefa em 7 etapas onde os alunos podiam falar ou escrever sobre o conhecimento. As tarefas foram postas em situações problemas que trabalharam conceito de movimento, relação de interdependência, variável, campo de variação, relação de igualdade e o aspecto central da equação do 2º grau.

A **metodologia de pesquisa** foi o microciclo, apoiada em Zuckerman (2011) que analisa hipóteses “associadas às possibilidades de desenvolvimento funcional e pode acontecer em um curto espaço de tempo, ou seja, pode ser efetivado em dias ou semanas”. A mesma usa a relação de obutchénie que é a interação entre aluno e professor em uma inter-relação entre ensino e aprendizagem. A pesquisa foi realizada em uma escola pública de Uberlândia/MG, em uma turma de 24 alunos do 9º ano do ensino fundamental.

Os **resultados da pesquisa** de Amorim (2022) mostraram que houve evidências de que os alunos absorveram os conceitos de equações do 2º grau, fluência, variável, campo de variação, relação de igualdade e linguagem algébrica para o processo de ensino e aprendizagem, e que as atividades possibilitaram que os alunos se desenvolvessem nos campos cognitivo, ético, moral e emocional, juntamente com a obtenção do conceito de equações do 2º grau.

Em suas **considerações finais**, Amorim (2022) afirmou que os alunos tiveram um processo de desenvolvimento impulsionado pelas tarefas propostas, e que, por

meio dessa interação, se apropriaram do conceito de equação do 2º grau. A autora ainda afirmou que a relação entre estudantes e situações-problema se fortaleceu à medida que os alunos iam atribuindo significado aos problemas que procuravam solucionar. A autora considera que tarefas baseadas em princípios didáticos e metodológicos do sistema zankoviano devem ser aplicadas em outras turmas, principalmente nos anos iniciais, pois contribuirão para o desenvolvimento moral, ético, cognitivo entre outros.

A aprendizagem das equações do segundo grau constitui um tema central no currículo de Matemática do ensino fundamental, sendo frequentemente abordado por meio de diferentes metodologias e estratégias de ensino. No entanto, pesquisas recentes têm evidenciado uma série de dificuldades persistentes entre os alunos, tanto no que se refere à compreensão conceitual quanto à aplicação dos métodos de resolução. Com base em revisão sistemática de dissertações, teses e artigos publicados entre 2013 e 2022, identificam-se os principais obstáculos enfrentados pelos estudantes, os quais podem ser categorizados em dimensões conceituais, procedimentais e contextuais.

Uma das dificuldades mais recorrentes diz respeito à compreensão do significado algébrico e geométrico das equações quadráticas. Martins (2014) constatou que os alunos tendem a não atribuir significado à solução de uma equação do segundo grau, especialmente quando esta apresenta duas raízes reais. Muitos estudantes as confundem com equações do primeiro grau, tentando isolar a incógnita de forma linear, o que revela uma fragilidade na distinção entre estruturas algébricas distintas. Além disso, a noção de que a incógnita pode assumir mais de um valor em uma mesma equação não é naturalmente assimilada, gerando conflitos conceituais.

Outro ponto crítico refere-se à dificuldade na manipulação algébrica e na identificação dos coeficientes. Pereira (2022) observou que os alunos apresentam sérias limitações para reconhecer os coeficientes a , b e c em uma equação, o que compromete a aplicação da fórmula resolutiva e de outros métodos, como a fatoração ou o completamento de quadrados. Essa carência está associada a lacunas em conteúdos anteriores, como operações com polinômios e produtos notáveis, conforme também destacado por Modtkoski (2016), que apontou a tendência dos alunos a mecanizar algoritmos sem compreender seus fundamentos.

A interpretação e modelagem de problemas contextualizados também se mostram como um desafio significativo. Dias (2016) ressaltou que os alunos não estão

habituaados a resolver problemas que exigem leitura, interpretação e tradução para a linguagem matemática. Muitas vezes, mesmo dominando o algoritmo de Bhāskara, os estudantes não conseguem aplicar esse conhecimento em situações-problema, evidenciando uma desconexão entre a habilidade procedimental e uma competência matemática mais ampla. Essa limitação foi igualmente observada por Modtkoski (2016), cujos alunos obtiveram sucesso em exercícios diretos, mas falharam em problemas que demandavam raciocínio algébrico.

A utilização de registros de representação variados (numérico, algébrico e geométrico), mostrou-se como uma estratégia promissora, porém não isenta de dificuldades. Guadagnini (2013) verificou que os alunos tinham mais facilidade com o registro algébrico do que com o geométrico, o qual exige um nível de abstração e visualização não desenvolvido adequadamente. Da mesma forma, Lima (2016) constatou que os livros didáticos pouco exploram a transição entre o registro gráfico e o algébrico, o que limita a compreensão integral da função quadrática.

Vale destacar ainda a dependência de conhecimentos prévios, como o domínio das quatro operações, princípios de equivalência e fatoração, cuja deficiência impacta diretamente a resolução de equações do segundo grau. Pereira (2022) e Martins (2014) relataram que lacunas em tópicos anteriores impediam que os alunos finalizassem a resolução de problemas, mesmo quando estes compreendiam a estrutura geral da equação.

Por fim, embora o uso de tecnologias e materiais manipuláveis, como GeoGebra, smartphones e Algeplan, tenha se mostrado motivador e facilitador em alguns contextos (Elias, 2018; Lima, 2016; Bressan, 2021), sua implementação não garantiu, por si só, a superação das dificuldades conceituais. Bressan (2021) alerta que a manipulação de materiais não assegura a compreensão dos conceitos subjacentes, especialmente quando não há mediação adequada ou quando as atividades são aplicadas de forma isolada.

Em síntese, as pesquisas analisadas indicam que as dificuldades dos alunos com equações do segundo grau são variadas, envolvendo desde a fragilidade em conceitos simples até a incapacidade de transitar entre diferentes representações e contextos. Tais evidências reforçam a necessidade de se adotar abordagens de ensino que integrem resolução de problemas, trabalho com múltiplas representações e valorização do raciocínio em detrimento da mera mecanização, sempre

considerando a importância de um tempo didático adequado para a construção significativa do conhecimento.

5 METODOLOGIA

Para realizar a fase da experimentação, buscamos como *lôcus* da pesquisa, 2 escolas onde aplicamos o questionário (apêndice A), que abordou 4 aspectos: perfil dos alunos, hábitos de estudo e gosto pela matemática, prática docente e, por fim aspectos matemáticos do objeto, onde foi tratado um Quadro de assuntos e um teste. Segundo Severino (2013), o questionário é um conjunto de perguntas estruturadas que procura levantar informações a respeito do sujeito da pesquisa e conhecer sobre o assunto ao qual se quer estudar.

Conseguimos duas escolas no município de Ananindeua, no estado do Pará que se disponibilizaram a nos ajudar com a pesquisa. Em uma delas, aplicamos o questionário em 4 turmas e na escola seguinte, aplicamos em 3 turmas, perfazendo um total de 156 alunos que participaram da pesquisa. Como se tratava de pesquisa com estudantes menores de idade, precisávamos da autorização dos responsáveis. Assim, antes de aplicarmos o questionário aos alunos, pedimos para que eles assinassem um Termo de Livre Consentimento Esclarecido (TLCE) e que seus responsáveis também o assinassem (Apêndice B).

Figura 6 - Amostra de alunos



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Queremos destacar que esta foi uma das grandes dificuldades encontradas na pesquisa de campo, o fato de os alunos não devolverem os TLCE, e quando perguntados sobre os mesmos, tiveram muitas justificativas para dar. Se todos tivessem devolvido, nossa amostra teria sido maior.

Foram utilizados na pesquisa somente os dados dos questionários dos alunos cujos responsáveis assinaram o TLCE, nesse sentido, os pais de 8 alunos não autorizaram que eles participassem da pesquisa, e 60 alunos não devolveram o TLCE. Dessa maneira, ficamos com uma amostra de 86 alunos do 1º ano do ensino médio, pois, como íamos inquerir a respeito do conhecimento e lembrança de problemas do 2º grau, os alunos já deveriam ter visto o conteúdo, o que acontece no 9º ano do ensino fundamental, logo, nada mais viável que perguntar à série seguinte. Após a aplicação do questionário e do teste, foi feita uma tabulação e análise dos dados obtidos.

Segundo Gil (2008), tabulação é o processo de agrupar e contar os casos nas várias categorias podendo ser de maneira simples ou cruzada. O método de tabulação mais simples é o manual onde cada valor encontrado é registrado com um traço simples ou qualquer outra forma de registrar. Ainda segundo Gil (2008), a maioria das pesquisas requer uma análise dos dados, pois a mesma traz grande contribuição tanto para o resumo dos dados, como para se estudar as relações das variáveis envolvidas.

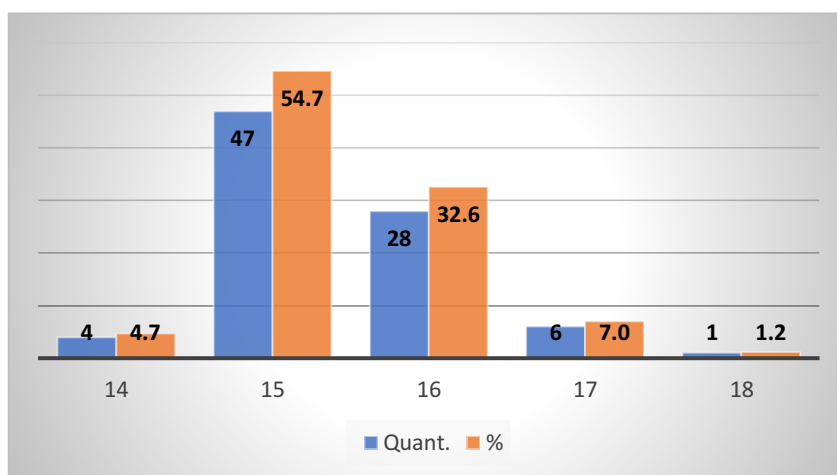
De posse das informações obtidas junto aos alunos, passamos para a fase de sistematização, resultados e análises do material produzido no trabalho de campo.

6 SISTEMATIZAÇÃO DE RESULTADOS E ANÁLISES

Para que haja maior clareza aos leitores sobre os dados obtidos, os gráficos que serão apresentados trarão sempre duas colunas unidas, uma mostrando o número de alunos e a outra mostrando o percentual a que esse número se refere. E as análises que se farão a respeito dos dados apresentados pelo gráfico, sempre estarão focadas no de maior percentual e no de menor percentual.

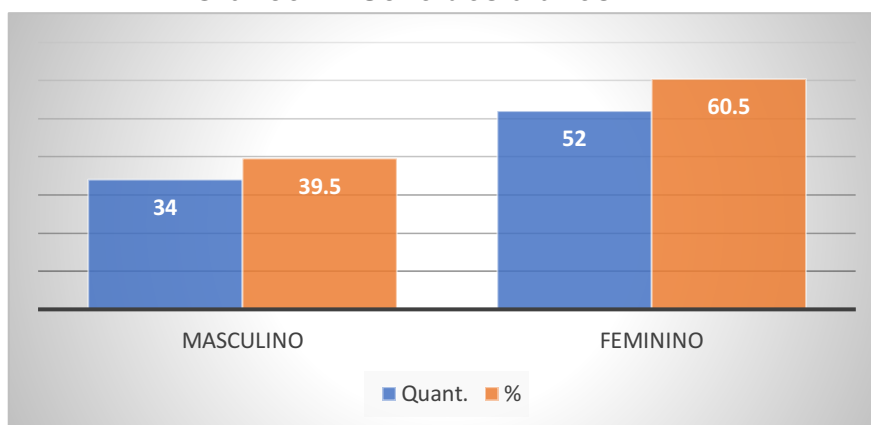
6.1 PERFIL DOS ALUNOS

Gráfico 1 - Idade dos alunos



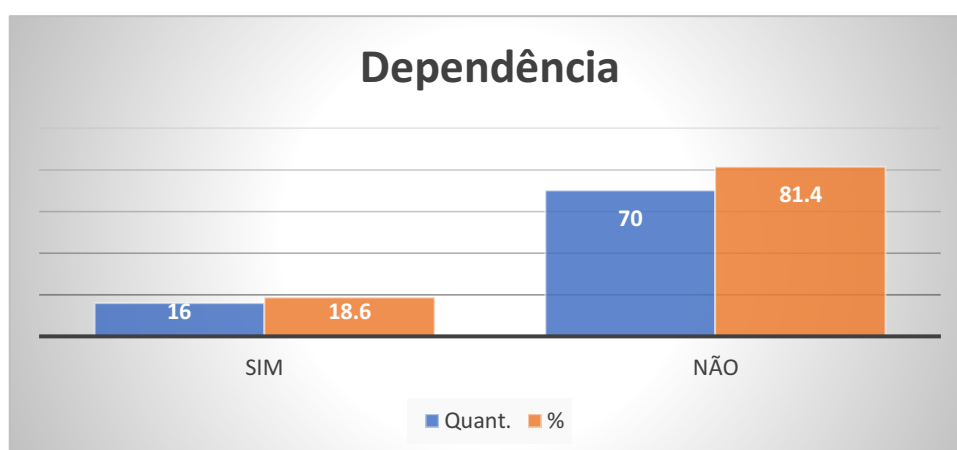
Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Quanto à idade dos discentes é perceptível pelo gráfico que a maior concentração está entre 15 ou 16 anos. A Lei de Diretrizes e Bases da educação (LDB) diz em seu artigo que o ensino fundamental é obrigatório com duração de nove anos e deve ser iniciado aos 6 anos de idade, logo, termina-se o fundamental com 14 anos e com 15 anos inicia-se o ensino médio. Dessa forma, a maior parte de nossa amostra de alunos se encontra na série/idade correta, tendo apenas 1 aluno no menor percentual do gráfico. Isso corrobora com nossa experiência docente, na qual percebemos um número grande de alunos na faixa etária ou de 15 ou 16 anos nos turnos da manhã e tarde.

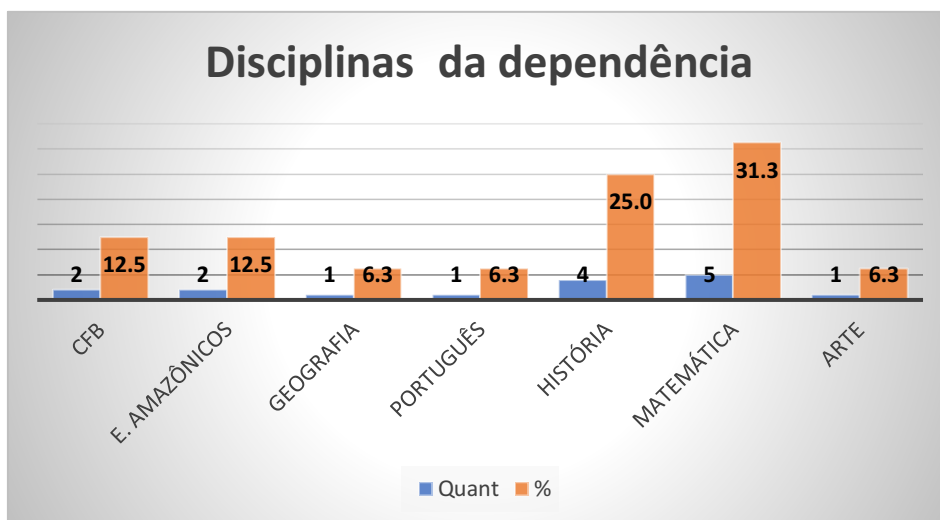
Gráfico 2 - Sexo dos alunos

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

O gráfico mostra que o maior percentual de estudantes é do sexo feminino, concordando com os dados do Censo Escolar 2022, que afirmou que nos anos iniciais e no ensino fundamental a predominância é de pessoas do sexo masculino, fato que se inverte no ensino médio onde, a predominância é das mulheres. (Ferreira 2020 Apud Moraes; Linhares, 1982) afirmou que a evasão escolar está ligada à repetência, renda familiar, gravidez, falta de incentivo por parte da família, necessidade de os alunos trabalharem e desestruturação familiar. Diante do exposto, dentre as causas apontadas por Ferreira (2020), a que mais salta aos nossos olhos pela experiência docente que possuímos, para explicar o número de mulheres ser maior do que o de homens é o fato da renda familiar e a necessidade de trabalhar, fatores que pesam em ambos os sexos, mas refletem mais sobre o sexo masculino.

Gráfico 3 - Dependência de alunos

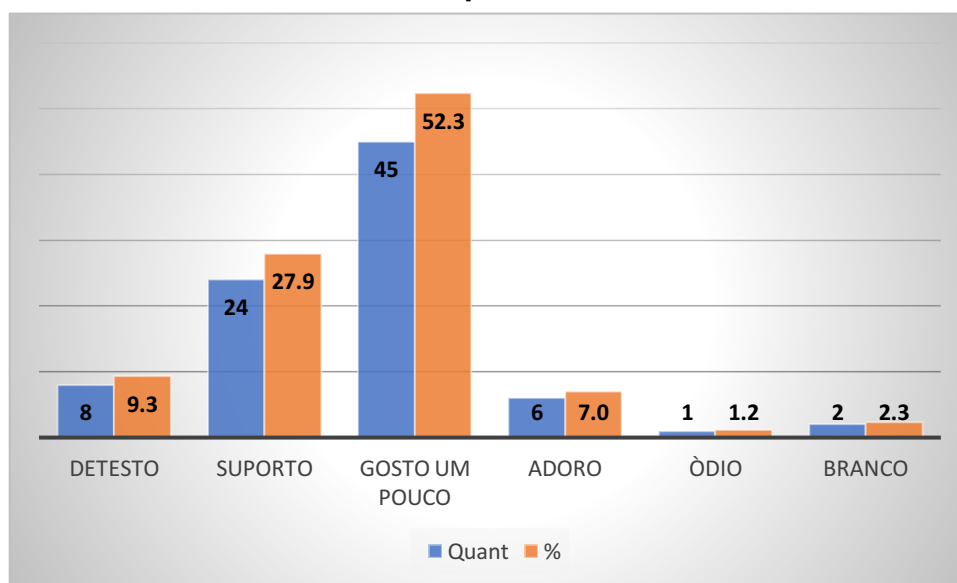
Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 4 - Disciplinas da dependência

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

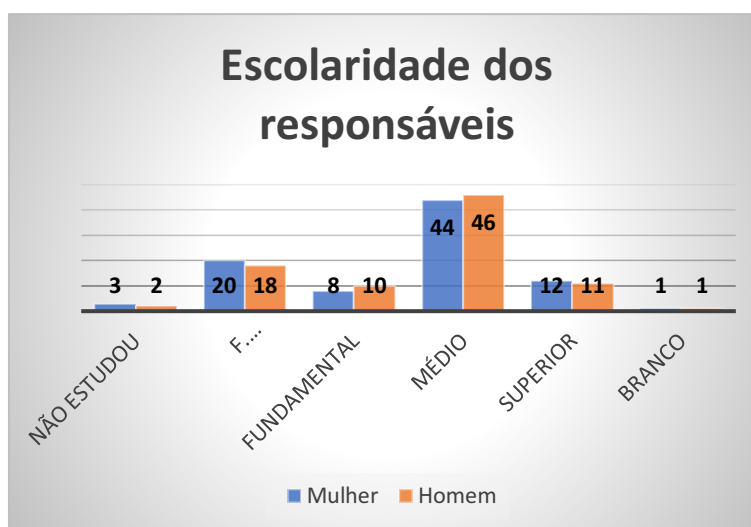
Com relação à nossa amostra de alunos, a maior parte dos alunos nunca esteve em dependência, e dos que estiveram em dependência (cerca de 18%), a amostra encontrou-se diversificada entre as disciplinas, mas mostra uma maior concentração justamente na disciplina de matemática. Massola e Allevato (2019) afirmaram que as maiores dificuldades a serem consideradas nos alunos a respeito da aprendizagem matemática são a ansiedade e os transtornos socioemocionais. Oliveira et al. (2011) afirmou que a maior dificuldade que o aluno das séries finais do fundamental encontra na disciplina de matemática é o fato de ele não conseguir fazer relação da matemática escolar com seu cotidiano, causando-lhe, assim, um grande desinteresse.

Em nossa prática docente foi percebido um certo “temor” por parte dos alunos em relação a matemática. É perceptível um certo nervosismo no momento de realizar provas e testes, e há relatos até mesmo da cobrança dos pais por bons desempenhos. Tudo isso de certa forma mexe com o emocional do aluno. Precisamos buscar formas de avaliar que deixem os alunos cada vez mais à vontade no processo. Não estamos falando em facilitar o processo, mas sim, em facilitar o ensino e a aprendizagem ao ponto desse aluno conseguir estabelecer uma relação sobre o que é ensinado com aquilo que lhe será cobrado em termos de conhecimento no momento de um teste.

Gráfico 5 - Gosto pela matemática

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Quando os alunos foram perguntados sobre o seu gosto pela matemática, mais da metade (52%) afirmou gostar “um pouco” da disciplina, e apenas 1 aluno de nossa amostra afirmou sentir ódio pela mesma. Em Oliveira et al. (2011, p. 39), os autores mostram um gráfico onde o gosto pela matemática dos alunos (em sua pesquisa) diminui à medida que o aluno vai terminando o ensino fundamental, tal pesquisa corrobora os dados em nossa amostra de alunos. Pereira (2022), em suas considerações finais, afirmou que mais da metade dos alunos do 9º ano do ensino fundamental que participaram de sua pesquisa possuíam sentimentos negativos pela matemática. Em nossa prática docente percebemos que a porcentagem dos alunos que gostam de matemática é baixa, e os que dizem gostar da disciplina, são os que mais se dão bem nela, logo não sabemos se gostam porque se dão bem, ou se dão bem porque gostam.

Gráfico 6 - Escolaridade dos responsáveis

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Neste gráfico em particular, mostramos diretamente os números e não os percentuais a eles atribuídos, posto que agora a análise é de homens e mulheres juntos. O gráfico mostra a maior concentração dos responsáveis dos alunos sobre sua escolaridade no ensino médio e o menor número está nos pais que não estudaram. Dos que se encontram no ensino médio, nossa amostra percebe mais homens que mulheres; e dos que não estudaram, as mulheres estão em maior número segundo nossa amostra.

Segundo Bezerra e Martins apud IBGE (2017), a escolarização dos pais é fundamental no nível educacional de seus filhos, os autores afirmaram que 69% dos pais que terminaram o ensino superior, tiveram filhos que seguiram o mesmo caminho. E, na medida em que o nível educacional dos pais aumenta, aumenta também a chance de seus filhos alcançarem um nível educacional maior. Em nossa experiência docente, percebemos realmente que quanto mais alto o grau de escolaridade dos responsáveis dos alunos, mais participativos os pais são na vida escolar dos filhos, e consequentemente o rendimento dos alunos é melhor do que aquele cujos pais não são presentes e com baixa escolaridade.

6.2 QUADRO DE ASSUNTOS E QUESTIONÁRIO

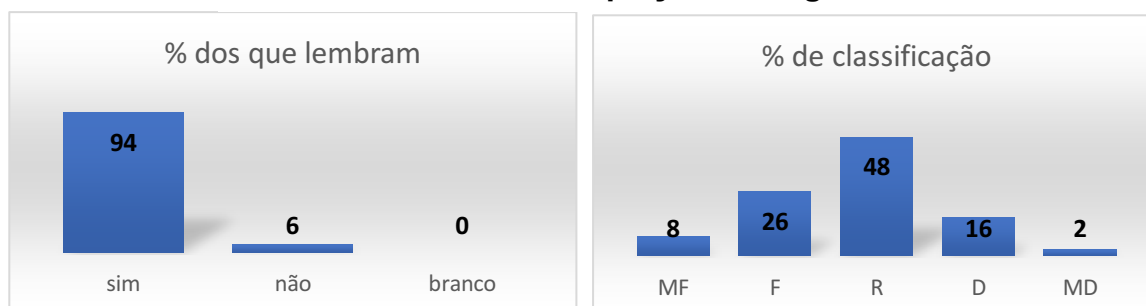
Neste tópico, serão analisados os gráficos relacionados à amostra de nossos alunos com relação às suas respostas dadas a um quadro de assuntos relacionados

ao objeto matemático de nossa pesquisa, e o quão difícil os mesmos foram para eles dadas as suas lembranças. Na sequência, também foram analisadas as respostas dadas pelos alunos a um teste composto de 9 problemas sobre o objeto matemático de nossa pesquisa. O teste era composto de 4 problemas de nível fácil, 3 problemas de nível médio e 2 problemas de nível difícil. Segundo Bezerra, Santos e Borges (2022), a classificação de problemas matemáticos em fácil, médio ou difícil se dá pela quantidade de informações explícitas e implícitas que contém o enunciado do problema, as quais se tornariam mais simples ou mais complexas para que o aluno as possa compreender.

6.3 PERGUNTAS DO QUADRO DE ASSUNTOS

Todas as perguntas do quadro de assuntos iniciam com: “você lembra de ter estudado ...?” Essa reticência indica o nome do assunto perguntado. E, na sequência da pergunta, segue: “o assunto era muito fácil (MF), fácil (F), regular (R), difícil (D) ou muito difícil (MD)?” Lembrando que estamos à disposição da memória do aluno com relação aos assuntos estudados no ano anterior à pesquisa. Dessa forma, iremos mostrar o percentual dos alunos que lembram de ter estudado o assunto e, na sequência, mostraremos como os mesmos foram classificados pelos discentes.

Gráfico 7 - Conceito de equação do 2º grau

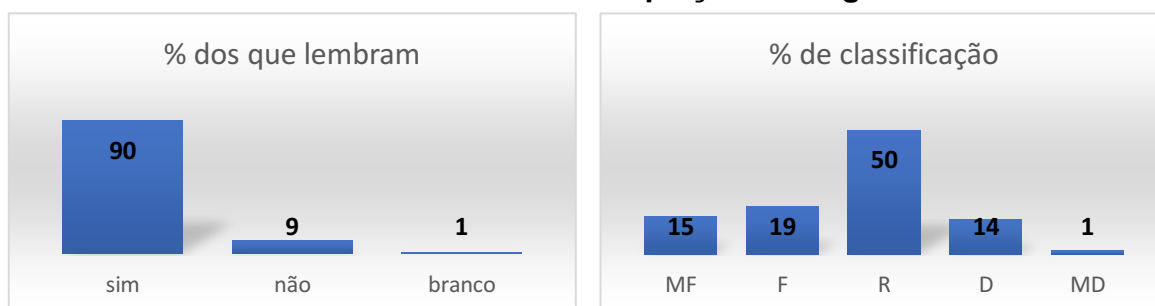


Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Com relação à lembrança dos alunos sobre o conceito de equação do 2º grau, 94% dos alunos lembram de terem estudado. Isso reitera o fato de o conteúdo ter sido ministrado no 9º ano do ensino fundamental como conteúdo principal. Daqueles que lembraram 48% acharam o assunto regular em termos de dificuldade e 2% acharam muito difícil. Segundo De Proença (2020), a formação de conceitos matemáticos nos alunos depende muito do direcionamento que recebem, sobretudo, o professor deve

fazer com que eles percebam as características e exemplos daquele conceito para saber diferenciá-lo de outros.

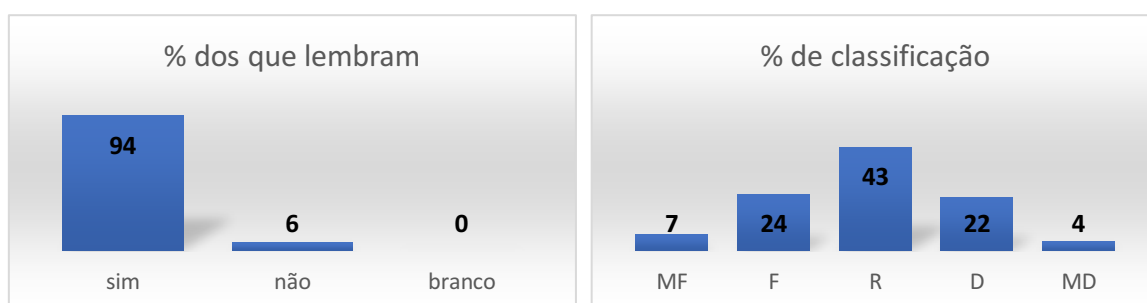
Gráfico 8 - Coeficientes da equação do 2º grau



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Com relação aos alunos que lembraram do assunto, 90% de nossa amostra afirma ter lembrado, e 9% afirmam não ter lembrança do assunto, e daqueles que lembram de ter estudado o assunto, 50% o acharam de nível regular e 1% o acharam de nível muito difícil. Esses gráficos confirmam nossa prática docente quando se trata da identificação dos coeficientes de uma equação do 2º grau, pois a maior parte de nossos alunos não apresenta dificuldades para encontrar tais valores de forma adequada. Segundo Gonçalves e De Proença (2020), os alunos de sua pesquisa não apresentaram desenvolvimento adequado de conceitos de equação do 2º grau ao não conseguirem identificar os coeficientes da equação. Ainda segundo os autores, tal situação possivelmente acontece devido a um ensino baseado em fórmulas sem a devida compreensão.

Gráfico 9 - Fórmula da equação do 2º grau

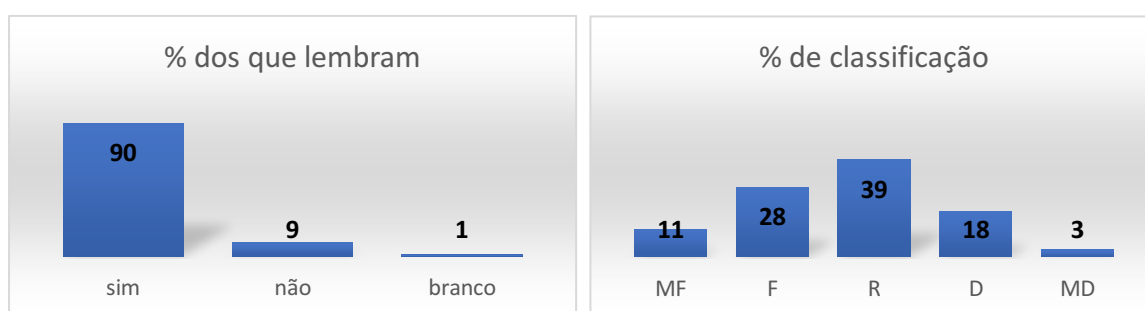


Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Dos alunos que lembraram da fórmula de resolução da equação do 2º grau (Fórmula de Bhāskara), 94% afirmaram lembrar, e, dos que lembraram, 43% acharam

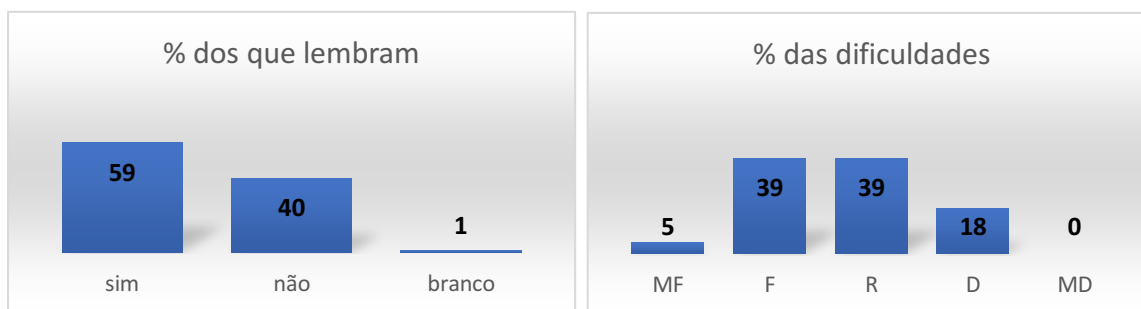
o assunto regular e 4% acharam muito difícil. Segundo Santos (2021), a fórmula de Bhāskara é apresentada aos estudantes sem nenhum tipo de explicação de sua história, e logo na sequência mostra-se como resolvê-la utilizando-se um passo a passo mais o mecânico possível. De fato, em nossa experiência pedagógica, temos procurado ensinar equações do 2º grau utilizando-se apenas a fórmula de Bhāskara, pois nosso intuito era que os alunos resolvessem os problemas apresentados da maneira que achávamos a mais simples, e infelizmente fazíamos uso da referida fórmula.

Gráfico 10 - Discriminante da equação do 2º grau



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Em nossa amostra de alunos, 90% afirmaram lembrar do assunto em questão, e, dos que lembraram do assunto, 39% afirmaram que o assunto possuía dificuldade regular e 3% afirmaram que o assunto era muito difícil. Segundo De Brito (2019), em sua pesquisa, 67% dos estudantes de sua amostra tiveram dificuldades em encontrar o valor do discriminante da equação dada, mostrando que os alunos possuem dificuldades em substituir valores e manipular algebricamente alguns dados. Em nossa prática docente, percebemos com relação ao discriminante da equação do 2º grau, que os alunos possuem dificuldades no momento das operações relacionadas ao jogo de sinais entre os números após a substituição dos valores dos coeficientes, levando, assim, a um resultado equivocado do discriminante e, conseqüentemente, das raízes da equação.

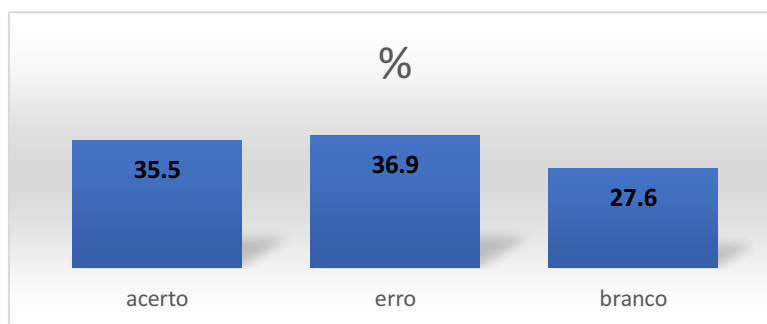
Gráfico 11 - Raízes da equação através de soma e produto

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Dos alunos que afirmaram lembrar do assunto sobre encontrar as raízes através da soma e do produto, apenas 59% afirmaram lembrar. Dos que afirmaram lembrar do assunto, 39% afirmaram que o assunto era fácil, 39% afirmaram que o assunto era de nível regular e 5% afirmaram que o assunto era muito fácil. Segundo Nabais (2010), os alunos possuem a tendência de ignorar o processo que se utiliza da soma e do produto das raízes relacionando-os aos coeficientes da equação para poder solucioná-la. Geralmente quando ensinamos sobre a soma e o produto das raízes da equação do 2º grau, escolhemos para o coeficiente que acompanha o termo x^2 o número 1, tornando mais simples encontrar as raízes, mas quando pedimos para que os discentes resolvam equações de 2º grau, os mesmos sempre usam a fórmula de Bhāskara sem pensar na soma e produto, mostrando assim um ensino mecânico.

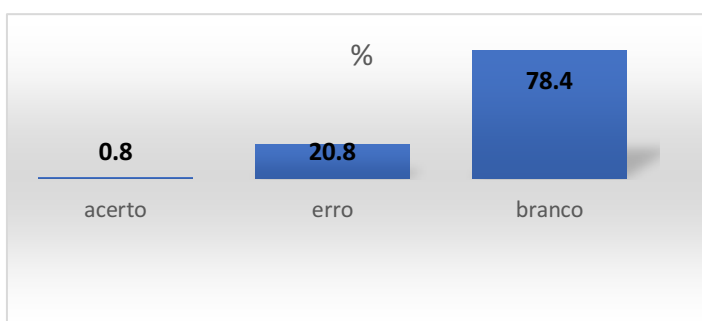
6.4 Perguntas do teste

Nesta seção faremos a análise das perguntas que foram feitas no teste mostrado no apêndice A. Mostraremos os gráficos dos blocos de problemas por nível de dificuldade (fácil, médio e difícil), e por fim mostraremos o gráfico geral dos 9 problemas que foram propostos aos alunos sempre fazendo a triangulação (gráfico, teoria e prática docente).

Gráfico 12 - Média dos problemas de nível fácil

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Com relação aos 4 problemas de nível fácil, o gráfico 12 mostra a média de erros, acertos e respostas em branco dos alunos. 36,9% dos alunos erraram as questões de nível fácil, e 27,6% deixaram em branco. Para De Oliveira Lozada e De Oliveira Lozada (2022), caracterizar os problemas como de nível fácil é falar de problemas onde as articulações algébricas e/ou aritméticas estão postas de maneira direta no enunciado ou são extraídas facilmente através da leitura do mesmo, sendo que para resolvê-los não são necessários passos extensos. Em nossa experiência docente, percebemos com relação a problemas fáceis que, mesmo possuindo esse nível de dificuldade nem todos os alunos os conseguem resolver, mostrando um certo grau de dificuldade por parte desses alunos, seja na não compreensão do enunciado ou na falta de embasamento teórico ou técnico para a resolução do mesmo.

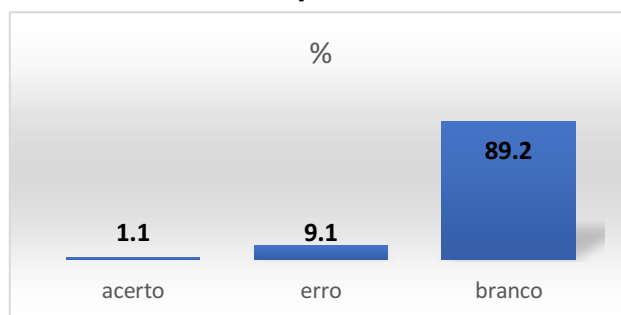
Gráfico 13 - Média dos problemas de nível mediano

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Em relação aos problemas de nível mediano, 78,4% deixaram em branco os problemas e apenas 0,8% acertaram as respostas, isso corresponde a apenas 1 aluno. Segundo De Oliveira Lozada e De Oliveira Lozada (2022), problemas desse nível de dificuldade apresentam modelo matemático mediante articulações algébricas

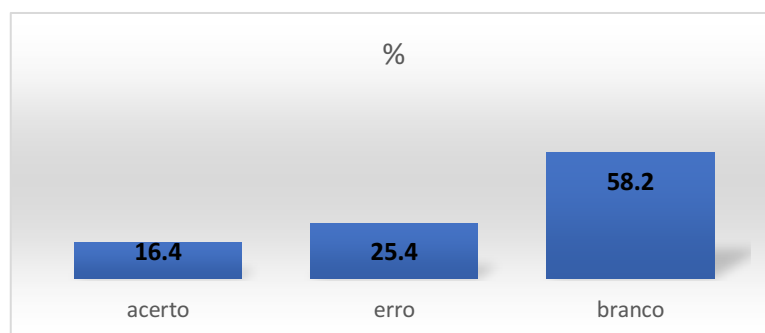
e/ou aritméticas diretas ou indiretas, explícitas ou implícitas do enunciado, requerendo agora etapas na sua resolução. Assim como o gráfico 12, o gráfico 13 também vem para corroborar nossa prática docente, pois percebemos que, quando o aluno é submetido a problemas cujas informações estão de maneira implícita em seu enunciado, ele tende a não resolvê-los, necessitando, assim, de uma intervenção por parte do professor no sentido de extrair do enunciado os dados que serão necessários para que os alunos consigam solucionar o problema. Isso se dá geralmente através da leitura conjunta do enunciado e da elucidação de conceitos requeridos para a solução do problema.

Gráfico 14 - Média dos problemas de nível difícil



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Em relação aos problemas de nível difícil, o Gráfico 14 mostra que 89,2% dos alunos da amostra deixaram em branco, e apenas 1,1% dos alunos acertaram. Segundo De Oliveira Lozada e De Oliveira Lozada (2022), os problemas de nível difícil são aqueles cuja solução depende de articulação algébrica/aritmética direta ou indireta e necessitam de mais de duas etapas para sua solução, tornando-os mais extensos. Em nossa prática docente, em relação a problemas que necessitem de mais de duas etapas e são extensos, o resultado é algo parecido com o que mostra o Gráfico 14: a maior parte dos alunos os deixa em branco; dos que os tentam resolver, a maior parte erra e uma quantidade mínima consegue o acerto. Quando nós, professores, vamos resolver problemas desse nível junto com os alunos e eles percebem que tal problema é muito extenso, sempre ouvimos reclamações da maior parte dos discentes.

Gráfico 15 - Média das respostas do teste

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

De nossa amostra de alunos ao responderem os 9 problemas do teste, o Gráfico 15 revela que quase 60% de nossa amostra deixou problemas em branco, e, dos que tentaram responder, (cerca de 40%), a maior parte acaba errando, e uma parcela de 16,4% consegue resolver de maneira correta os problemas propostos. Segundo De Oliveira Lozada e De Oliveira Lozada (2022), a questão relativa ao nível de dificuldade dos problemas propostos é subjetiva, pois vai depender completamente do conhecimento que o aluno possui naquele momento da resolução, e esse conhecimento deve se dar nos aspectos da interpretação dos problemas e das ligações cognitivas que os alunos fazem. Em nossa prática docente, o gráfico 15 é explicado da seguinte maneira: o fato de os problemas serem subjetivos fez com que a maior parte deles fosse deixada em branco, pois, como dito anteriormente, se o aluno lê, mas não entende, ele não faz. E, dos que tentam resolver os problemas, a maior parte acaba errando por n fatores, sejam eles conceituais, procedimentais, conhecimentos equivocados ou por terem recebido ensino tecnicista.

No Quadro 6 mostramos como os alunos responderam (acertos, erros e deixou em branco) ao questionário que lhes foi proposto.

Quadro 6 – Como os alunos responderam o questionário (acerto, erro e deixou em branco)

ENUNCIADO	ACERTO	ERRO	BRANCO	TOTAL
O peso de João elevado ao quadrado é igual a cento e vinte e um quilogramas. Qual o peso de João?	38	37	11	86
O quadrado de um número mais um é igual a vinte e seis, que número é esse?	37	27	22	86
Um número multiplicado pelo seu sucessor é igual a dois, que número é esse?	47	18	21	86
O quadrado da diferença da minha idade menos dois é igual a nove. Qual é minha idade?	3	48	35	86

Em um terreno retangular de área total de 100 metros quadrados, o comprimento tem 15 metros a mais que a largura. Qual é o valor da medida da largura?	1	32	53	86
Para lajotar o chão de um galpão, o pedreiro utilizou quatro mil lajotas quadradas e iguais. Sabendo que esse número de lajotas deu para lajotar 490 metros quadrados, quanto mede o lado de uma lajota? (Suponha que não exista espaço entre uma lajota e outra).	0	9	77	86
Uma pessoa distribuiu 240 balas para um número x de crianças. Se cada criança receber uma bala a menos, o número de balas que cada criança vai receber será igual ao número de crianças. Qual é o valor de x ?	1	14	71	86
No jogo de futsal da escola André, Bruno e Carlos marcaram juntos quarenta gols. Bruno marcou cinco gols a mais que André. Carlos marcou o Quadrado do número de gols de André. Quantos gols cada um desses jogadores marcou?	3	10	73	86
Se a soma dos quadrados das raízes da equação $x^2 + k.x - 11 = 0$ é igual a 122. Considerando para k apenas valores positivos. Quais são as raízes da equação?	0	6	80	86
Total	130	201	443	774

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Os problemas foram categorizados em três níveis de dificuldade (fácil, mediano e difícil), conforme critérios que consideram a complexidade da interpretação, a quantidade de etapas de resolução e a necessidade de articulação entre conhecimentos prévios. Os resultados indicam que, de modo geral, os alunos apresentaram significativas dificuldades em resolver as questões propostas, com altos índices de respostas em branco e erros, mesmo nos itens considerados de menor complexidade.

Nos problemas de nível fácil, que envolviam situações diretas e com poucas etapas de resolução, observou-se que aproximadamente 36,9% dos alunos erraram as respostas, enquanto 27,6% deixaram os itens em branco. Isso sugere que uma parcela expressiva dos estudantes não consegue mobilizar conhecimentos básicos de álgebra e aritmética, mesmo quando o enunciado apresenta informações explícitas e o modelo matemático é imediato. Tais dificuldades podem estar relacionadas a lacunas na compreensão da linguagem algébrica, na identificação de variáveis ou na execução de operações fundamentais.

Nos itens de nível mediano, que exigiam maior interpretação e modelagem, a situação se agravou: 78,4% dos alunos deixaram as respostas em branco, e apenas 0,8% acertaram. Esses dados evidenciam que a maioria dos estudantes não

consegue transpor situações contextualizadas para a linguagem matemática nem desenvolver estratégias de resolução que envolvam mais de uma etapa. A dificuldade em traduzir enunciados verbais em equações do 2º grau parece ser um obstáculo central, reforçando a necessidade de um trabalho pedagógico que enfatize a relação entre contexto, linguagem materna e representação simbólica.

Quanto aos problemas de nível difícil, que demandavam articulação de vários conceitos e passos extensos de resolução, 89,2% dos alunos não responderam, e apenas 1,1% obtiveram sucesso. Esse resultado reflete não apenas a complexidade intrínseca desses itens, mas também a carência de um pensamento matemático estruturado e a pouca familiaridade com situações-problema que exigem persistência e planejamento.

Considerando o conjunto dos nove problemas, observa-se que 59,6% das respostas foram deixadas em branco, 25,9% foram incorretas e apenas 14,5% foram acertadas. Essa distribuição indica que a maior parte dos alunos não se sente segura ou preparada para enfrentar tarefas que envolvem equações do 2º grau, mesmo após terem estudado o conteúdo no ano anterior. A baixa taxa de acertos sugere que o ensino focado na memorização de fórmulas e procedimentos isolados não tem sido suficiente para garantir uma aprendizagem significativa e aplicável.

No Quadro 7 mostramos se os alunos estudaram ou não alguns assuntos referentes ao objeto em questão e as respectivas dificuldades que tiveram.

Quadro 7 - Assuntos estudados e suas respectivas dificuldades

ASSUNTO	ESTUDOU			DIFICULDADE					
	SIM	NÃO	B	MF	F	R	D	MD	B
Conceito de Equação do 2º grau	83	3	0	6	20	37	12	2	9
Coeficientes da Equação do 2º grau	79	7	0	11	14	36	10	1	14
Fórmula da Equação do 2º grau	83	3	0	5	18	33	17	3	10
Resolução da Equação do 2º grau	77	9	0	4	13	36	16	1	16
Verificar se um número é raiz de uma equação do Equação do 2º grau	67	19	0	2	12	29	11	1	31
Discriminante Equação do 2º grau (O delta da equação)	79	7	0	8	20	28	13	2	15
Condição para uma Equação do 2º grau possuir duas raízes reais e diferentes.	42	44	0	6	8	15	8	0	49
Condição para uma Equação do 2º grau possuir duas raízes reais e iguais.	42	44	0	3	10	17	8	2	46

Condição para uma Equação do 2º grau não possuir raízes reais.	42	44	0	4	7	18	10	0	47
Conceito de equação biquadrada	41	45	0	3	10	16	6	2	49
Transformar uma equação do tipo $x^4+5x^2+6=0$ em outra da forma $y^2+5y+6=0$	56	30	0	3	9	22	13	3	36
Determinar as raízes de uma equação biquadrada	35	50	1	2	3	9	10	1	61
Determinar as raízes de uma equação do 2º grau conhecendo os valores da soma e do produto das raízes da equação.	52	34	0	2	17	17	8	0	42
Sistemas de equações do 2º grau com duas variáveis.	50	34	2	3	4	23	13	3	40
Traduzir da linguagem comum o enunciado de situações que envolvam equação do 2º grau em linguagem matemática.	41	45	0	2	7	18	7	4	48

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Analisando os dados do Quadro 7, uma primeira constatação evidente é a forte assimetria na recordação dos diferentes tópicos. Os componentes considerados principais do assunto, a saber, o próprio conceito de equação quadrática, a identificação de seus coeficientes, a memorização da fórmula resolutive e o cálculo do discriminante, foram amplamente recordados, com índices que variam de 90% a 94%. Este elevado percentual de reconhecimento indica que tais elementos ocuparam um lugar de destaque e recorrência nas aulas, configurando-se como o cerne da abordagem pedagógica experimentada pelos alunos. Contudo, essa alta frequência de exposição não se correlaciona com uma percepção de facilidade. Para a maioria desses itens, as classificações de dificuldade se concentram nas categorias “regular” e “difícil”. Por exemplo, embora 94% dos alunos se lembrem da fórmula de Bhāskara, apenas 27% a avaliaram como “Fácil” ou “Muito Fácil”. Tal dissonância sugere que o ensino pode ter enfatizado a repetição e aplicação mecânica desses procedimentos, sem garantir uma compreensão conceitual profunda que os tornasse intuitivos ou simples para os aprendizes.

Os tópicos que demandam compreensão conceitual, interpretação ou aplicação contextualizada apresentaram índices de recordação notavelmente mais baixos. Apenas cerca de metade dos alunos (49%) recorda-se de ter estudado as condições do discriminante para a classificação das raízes, um conceito fundamental para interpretar os resultados obtidos pela fórmula. De maneira ainda mais crítica, a competência de traduzir situações-problema da linguagem corrente para a linguagem

algébrica é lembrada por apenas 48% dos discentes. Este último dado é particularmente elucidativo, pois essa tradução é a etapa primordial e indispensável para a resolução de qualquer problema aplicado.

Complementando essa análise, observa-se uma elevada frequência de respostas em branco na coluna de avaliação de dificuldade para os tópicos menos recordados. Em itens como “condição para raízes reais e iguais” ou “determinar raízes de uma equação biquadrada”, mais de 50% dos alunos optaram por não classificar a dificuldade. Este “branco” pode ser interpretado não apenas como esquecimento, mas como um indicador de que o contato com o assunto foi tão pouco significativo que o aluno nem sequer consegue formar um juízo sobre seu nível de complexidade. São conteúdos que, aparentemente, não chegaram a se consolidar como objetos de conhecimento avaliável na percepção dos estudantes.

Por fim, tópicos que representam uma complexidade do tema central, como equações biquadradas e sistemas de equações do segundo grau, apresentam os menores índices de recordação, oscilando em torno de 41% a 58%. Isso sugere que tais assuntos foram abordados de forma periférica ou não foram tratados com a profundidade necessária para garantir sua retenção na memória de longo prazo da maioria dos alunos.

6.5 Teste de hipóteses e relação entre as variáveis utilizadas

Nesta seção, iremos apresentar a relação existente ou não entre as variáveis utilizadas no questionário socioeducativo, onde procuramos analisar os seguintes aspectos: sexo, idade, gosto pela matemática, escolaridade do pai, escolaridade da mãe, hábitos de estudo, quem ajuda com as tarefas, entendimento das explicações, o que o professor mais utiliza para avaliar e o interesse pelas aulas.

Para tanto, iremos realizar um teste de hipóteses que, segundo Fonseca e Martins (1994), é uma técnica que faz inferências estatísticas de determinadas hipóteses feitas a partir de determinados dados amostrais. Através desse teste, é possível aceitar ou rejeitar a hipótese com base nas amostras dadas. Segundo Assis, Sousa e Linhares (2020), o tipo de teste que iremos apresentar trata-se de um teste de independência, onde duas variáveis são classificadas pelos seus aspectos qualitativos. Será medido o grau de associação entre as variáveis pelas seguintes hipóteses: H_0 = as variáveis são independentes ou não existe associação entre

tratamento e resposta; H_1 = as variáveis não são independentes ou existe associação entre tratamento e resposta.

Segundo Morettin e Bussab (2010), para que haja a aceitação ou rejeição de uma hipótese, deve haver a fixação de um nível de significância α ou valor-p, onde pode haver a rejeição da H_0 para um dado valor-p e a não rejeição para valores menores. Segundo Assis, Sousa e Linhares (2020), quando se obtém um valor-p muito pequeno podem ser feitas duas conjecturas: ou aconteceu um evento raro, ou H_0 não é verdadeira. Ou seja, quanto menor o valor-p maior será a chance de refutar a H_0 . Nesse sentido estabelecemos o valor-p em 0,05 para os testes que realizamos.

Nesta pesquisa, optamos por utilizar o teste exato de Fisher, que segundo Leal, Silva e Sopelete (2005), constitui uma técnica não paramétrica muito útil para amostras independentes muito pequenas. Este teste possui o nome de “exato” pois fornece o valor exato de p. Para a execução deste teste foi utilizado o software Jamovi Project (2024), disponível na versão 2.6, o qual possui código aberto e é gratuito. Para a realização do teste utilizamos as seguintes hipóteses: hipótese nula (H_0), onde não há associação significativa entre as variáveis; hipótese alternativa (H_1), existe associação significativa entre as variáveis.

Segundo Morettin e Bussab (2010), Fisher sugere uma escala de evidência com relação à significância entre as variáveis, como mostrado a seguir.

Quadro 8 - Natureza da evidência segundo Fisher

Valor-p	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
Natureza da evidência	marginal	moderada	substancial	forte	Muito forte	Fortíssima

Fonte: Morettin e Bussab (2010), p. 350

A seguir iniciamos a análise entre as variáveis já mencionadas.

Quadro 9 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e idade dos alunos

		IDADE					
SEXO		14	15	16	17	18	Total
MASCULINO	Observado	2	24	7	3	0	36
	Esperado	1.26	19.7	12.1	2.51	0.419	36.0
FEMININO	Observado	1	23	22	3	1	50
	Esperado	1.74	27.3	16.9	3.49	0.581	50.0
Total	Observado	3	47	29	6	1	86
	Esperado	3	47	29	6	1	86
Teste Exato de Fisher 0.083							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis sexo e idade							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes ao sexo que os alunos possuem e suas respectivas idades, mostraram, por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,083.

A seguir, iremos apresentar o Quadro 10 que faz a correlação entre sexo e gosto pela matemática.

Quadro 10 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e gosto pela matemática

		GOSTO PELA MATEMÁTICA				
SEXO		GOSTA UM POUCO	DETESTA	SUPORTA	ADORA	Total
MASCULINO	Observado	20	3	10	3	36
	Esperado	19.3	3.77	10.5	2.51	36.0
FEMININO	Observado	26	6	15	3	50
	Esperado	26.7	5.23	14.5	3.49	50.0
Total	Observado	46	9	25	6	86
	Esperado	46	9	25	6	86
Teste Exato de Fisher 0.907						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis sexo e gosto pela matemática						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes ao sexo que os alunos possuem e o gosto que sentem por matemática, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,907.

A seguir iremos apresentar o Quadro 11 que faz a correlação entre sexo e a escolaridade do pai dos alunos.

Quadro 11 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e escolaridade do pai

ESCOLARIDADE DO PAI							
SEXO		MÉDIO	SUPERIOR	FUNDAMENTAL INCOMPLETO	FUNDAMENTAL	NÃO ESTUDOU	Total
MASCULINO	Observado	17	5	8	4	2	36
	Esperado	18.4	5.02	7.95	3.35	1.26	36.0
FEMININO	Observado	27	7	11	4	1	50
	Esperado	25.6	6.98	11.05	4.65	1.74	50.0
Total	Observado	44	12	19	8	3	86
	Esperado	44	12	19	8	3	86
Teste Exato de Fisher 0.895							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis sexo e gosto pela matemática							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes ao sexo que os alunos possuem e a escolaridade do seu responsável masculino, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,895.

A seguir iremos apresentar o Quadro 12 que faz a correlação entre sexo e a escolaridade da mãe dos alunos.

Quadro 12 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e escolaridade da mãe

ESCOLARIDADE DA MÃE							
SEXO		SUPERIOR	MÉDIO	FUNDAMENTAL INCOMPLETO	FUNDAMENTAL	NÃO ESTUDOU	Total
MASCULINO	Observado	5	20	7	4	0	36
	Esperado	4.60	19.3	7.12	4.19	0.837	36.0
FEMININO	Observado	6	26	10	6	2	50
	Esperado	6.40	26.7	9.88	5.81	1.163	50.0
Total	Observado	11	46	17	10	2	86
	Esperado	11	46	17	10	2	86
Teste Exato de Fisher 0.907							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis sexo e escolaridade da mãe							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do Quadro acima, referentes ao sexo que os alunos possuem e a escolaridade do seu responsável feminino, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,907.

A seguir iremos apresentar o Quadro 13 que faz a correlação entre sexo e o hábito de estudos dos alunos.

Quadro 13 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e hábitos de estudos

HÁBITOS DE ESTUDOS							
SEXO		NO DIA DA PROVA	TODO DIA	NÃO ESTUDO	NA VÉSPERA DA PROVA	FIM DE SEMANA	Total
MASCULINO	Observado	18	2	6	5	5	36
	Esperado	16.7	1.67	4.19	5.86	7.53	36.0
FEMININO	Observado	22	2	4	9	13	50
	Esperado	23.3	2.33	5.81	8.14	10.47	50.0
Total	Observado	40	4	10	14	18	86
	Esperado	40	4	10	14	18	86
Teste Exato de Fisher 0.473							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis sexo e hábitos de estudos							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes ao sexo que os alunos possuem e seus hábitos de estudos, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,473.

A seguir iremos apresentar o Quadro 14 que faz a correlação entre sexo e quem ajuda nas tarefas dos alunos.

Quadro 14 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e quem ajuda nas tarefas

QUEM AJUDA NAS TAREFAS						
SEXO		COLEGA	FAMÍLIA	NINGUEM	OUTROS	Total
MASCULINO	Observado	6	12	17	1	36
	Esperado	4.60	7.53	22.6	1.26	36.0
FEMININO	Observado	5	6	37	2	50
	Esperado	6.40	10.47	31.4	1.74	50.0
Total	Observado	11	18	54	3	86
	Esperado	11	18	54	3	86
Teste Exato de Fisher 0.038						
Conclusão: Há associação entre as variáveis sexo e quem ajuda nas tarefas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes ao sexo que os alunos possuem e quem lhes ajuda nas tarefas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,038.

A seguir iremos apresentar o Quadro 15 que faz a correlação entre sexo e o entendimento das explicações.

Quadro 15 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e o entendimento das explicações

VOCÊ ENTENDE A EXPLICAÇÃO?							
SEXO		AS VEZES	QUASE SEMPRE	POUCAS VEZES	SEMPRE	NUNCA	Total
MASCULINO	Observado	17	10	6	3	0	36
	Esperado	18.4	9.63	5.02	1.67	1.26	36.0
FEMININO	Observado	27	13	6	1	3	50
	Esperado	25.6	13.37	6.98	2.33	1.74	50.0
Total	Observado	44	23	12	4	3	86
	Esperado	44	23	12	4	3	86
Teste Exato de Fisher 0.398							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis sexo e o entendimento das explicações							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do Quadro acima, referentes ao sexo que os alunos possuem e o entendimento das explicações, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,398.

A seguir iremos apresentar o Quadro 16 que faz a correlação entre sexo e o que o professor mais usa para avaliar.

Quadro 16 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e o que o professor mais usa para avaliar

O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR?								
SEXO		TESTE SEMANAL	PROVAS E SIMULADOS	OUTROS	PESQUISA	SEMINÁRIO	PROJETO	Total
MASCULINO	Observado	12	18	3	1	1	1	36
	Esperado	10.9	19.3	3.77	0.419	1.26	0.419	36.0
FEMININO	Observado	14	28	6	0	2	0	50
	Esperado	15.1	26.7	5.23	0.581	1.74	0.581	50.0
Total	Observado	26	46	9	1	3	1	86
	Esperado	26	46	9	1	3	1	86
Teste Exato de Fisher 0.731								
Conclusão: Não há associação entre as variáveis sexo e o que o professor mais usa para avaliar								

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes ao sexo que os alunos possuem e o que o professor mais usa para avaliar, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,731.

A seguir iremos apresentar o Quadro 17 que faz a correlação entre sexo e o interesse pelas aulas.

Quadro 17 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre sexo e o interesse pelas aulas

AS AULAS DESPERTAM SUA ATENÇÃO?						
SEXO		UM POUCO	MUITO	NENHUM POUCO	MUITO POUCO	Total
MASCULINO	Observado	25	1	7	3	36
	Esperado	25.5	2.51	5.02	2.93	36.0
FEMININO	Observado	36	5	5	4	50
	Esperado	35.5	3.49	6.98	4.07	50.0
Total	Observado	61	6	12	7	86
	Esperado	61	6	12	7	86
Teste Exato de Fisher 0.404						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis sexo e o interesse pelas aulas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes ao sexo que os alunos possuem e o que o professor mais usa para avaliar, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,663.

A seguir iremos apresentar o Quadro 18 que faz a correlação entre idade e o gosto pela matemática.

Quadro 18 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e gosto pela matemática

GOSTO PELA MATEMÁTICA						
IDADE		GOSTA UM POUCO	DETESTA	SUPOORTA	ADORA	Total
14	Observado	0	0	3	0	3
	Esperado	1.605	0.314	0.872	0.2093	3.00
15	Observado	28	4	11	4	47
	Esperado	25.140	4.919	13.663	3.2791	47.00
16	Observado	15	3	9	2	29
	Esperado	15.512	3.035	8.430	2.0233	29.00
17	Observado	3	2	1	0	6
	Esperado	3.209	0.628	1.744	0.4186	6.00
18	Observado	0	0	1	0	1
	Esperado	0.535	0.105	0.291	0.0698	1.00
Total	Observado	46	9	25	6	86
	Esperado	46	9	25	6	86
Teste Exato de Fisher 0.285						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis idade e gosto pela matemática						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a idade que os alunos possuem e seu gosto pela matemática, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,285.

A seguir iremos apresentar o Quadro 19 que faz a correlação entre idade e a escolaridade do pai.

Quadro 19 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e a escolaridade do pai

ESCOLARIDADE DO PAI							
IDADE		MÉDIO	SUPERIOR	FUNDAMENTAL INCOMPLETO	FUNDAMENTAL	NÃO ESTUDOU	Total
14	Observado	0	2	1	0	0	3
	Esperado	1.535	0.419	0.663	0.2791	0.1047	3.00
15	Observado	22	7	9	7	2	47
	Esperado	24.047	6.558	10.384	4.3721	1.6395	47.00
16	Observado	19	3	6	0	1	29
	Esperado	14.837	4.047	6.407	2.6977	1.0116	29.00
17	Observado	3	0	2	1	0	6
	Esperado	3.070	0.837	1.326	0.5581	0.2093	6.00
18	Observado	0	0	1	0	0	1
	Esperado	0.512	0.140	0.221	0.0930	0.0349	1.00
Total	Observado	44	12	19	8	3	86
	Esperado	44	12	19	8	3	86
Teste Exato de Fisher 0.127							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis idade e a escolaridade do responsável masculino							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a idade que os alunos possuem e a escolaridade de seu responsável masculino, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,127.

A seguir iremos apresentar o Quadro 20 que faz a correlação entre idade e a escolaridade da mãe.

Quadro 20 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e a escolaridade da mãe

ESCOLARIDADE DA MÃE							
IDADE		SUPERIOR	MÉDIO	FUNDAMENTAL INCOMPLETO	FUNDAMENTAL	NÃO ESTUDOU	Total
14	Observado	3	0	0	0	0	3
	Esperado	0.384	1.605	0.593	0.349	0.0698	3.00
15	Observado	5	27	10	5	0	47
	Esperado	6.012	25.140	9.291	5.465	1.0930	47.00
16	Observado	3	14	6	4	2	29
	Esperado	3.709	15.512	5.733	3.372	0.6744	29.00
17	Observado	0	4	1	1	0	6
	Esperado	0.767	3.209	1.186	0.698	0.1395	6.00
18	Observado	0	1	0	0	0	1
	Esperado	0.128	0.535	0.198	0.116	0.0233	1.00
Total	Observado	11	46	17	10	2	86
	Esperado	11	46	17	10	2	86
Teste Exato de Fisher 0.184							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis idade e a escolaridade do responsável feminino							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a idade que os alunos possuem e a escolaridade de seu responsável feminino, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,184.

A seguir iremos apresentar o Quadro 21 que faz a correlação entre idade e os hábitos de estudos.

Quadro 21 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e hábitos de estudos

HÁBITOS DE ESTUDOS							
IDADE		NO DIA DA PROVA	TODO DIA	NÃO ESTUDO	NA VÉSPERA DA PROVA	FIM DE SEMANA	Total
14	Observado	1	0	0	1	1	3
	Esperado	1.395	0.1395	0.349	0.488	0.628	3.00
15	Observado	23	3	5	8	8	47
	Esperado	21.860	2.1860	5.465	7.651	9.837	47.00
16	Observado	11	1	3	5	9	29
	Esperado	13.488	1.3488	3.372	4.721	6.070	29.00
17	Observado	5	0	1	0	0	6
	Esperado	2.791	0.2791	0.698	0.977	1.256	6.00
18	Observado	0	0	1	0	0	1
	Esperado	0.465	0.0465	0.116	0.163	0.209	1.00
Total	Observado	40	4	10	14	18	86
	Esperado	40	4	10	14	18	86
Teste Exato de Fisher 0.565							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis idade e os hábitos de estudo							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a idade que os alunos possuem e seus hábitos de estudos, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,565.

A seguir iremos apresentar o Quadro 22 que faz a correlação entre idade e quem ajuda com as tarefas.

Quadro 22 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e quem ajuda nas tarefas

QUEM AJUDA NAS TAREFAS						
IDADE		COLEGA	FAMÍLIA	NINGUEM	OUTROS	Total
14	Observado	2	1	0	0	3
	Esperado	0.384	0.628	1.884	0.1047	3.00
15	Observado	6	10	30	1	47
	Esperado	6.012	9.837	29.512	1.6395	47.00
16	Observado	3	6	19	1	29
	Esperado	3.709	6.070	18.209	1.0116	29.00
17	Observado	0	1	4	1	6
	Esperado	0.767	1.256	3.767	0.2093	6.00
18	Observado	0	0	1	0	1
	Esperado	0.128	0.209	0.628	0.0349	1.00
Total	Observado	11	18	54	3	86
	Esperado	11	18	54	3	86
Teste Exato de Fisher 0.280						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis idade e quem ajuda com as tarefas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a idade e quem ajuda com as tarefas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,280.

A seguir iremos apresentar o Quadro 23 que faz a correlação entre idade e o entendimento das explicações.

Quadro 23 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e o entendimento das explicações

VOCÊ ENTENDE A EXPLICAÇÃO?							
IDADE		AS VEZES	QUASE SEMPRE	POUCAS VEZES	SEMPRE	NUNCA	Total
14	Observado	1	0	2	0	0	3
	Esperado	1.535	0.802	0.419	0.1395	0.1047	3.00
15	Observado	22	14	7	3	1	47
	Esperado	24.047	12.570	6.558	2.1860	1.6395	47.00
16	Observado	19	7	1	1	1	29
	Esperado	14.837	7.756	4.047	1.3488	1.0116	29.00
17	Observado	2	2	2	0	0	6
	Esperado	3.070	1.605	0.837	0.2791	0.2093	6.00
18	Observado	0	0	0	0	1	1
	Esperado	0.512	0.267	0.140	0.0465	0.0349	1.00
Total	Observado	44	23	12	4	3	86
	Esperado	44	23	12	4	3	86
Teste Exato de Fisher 0.086							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis idade e o entendimento das explicações							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a idade e o entendimento das explicações, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,086.

A seguir iremos apresentar o Quadro 24 que faz a correlação entre idade e o que o professor mais usa para avaliar.

Quadro 24 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e o que o professor mais usa para avaliar

O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR?								
IDADE		TESTE SEMANAL	PROVAS E SIMULADOS	OUTROS	PESQUISA	SEMINÁRIO	PROJETO	Total
14	Observado	0	3	0	0	0	0	3
	Esperado	0.907	1.605	0.314	0.0349	0.1047	0.0349	3.000
15	Observado	18	22	4	0	2	1	47
	Esperado	14.209	25.140	4.919	0.5465	1.6395	0.5465	47.000
16	Observado	6	16	5	1	1	0	29
	Esperado	8.767	15.512	3.035	0.3372	1.0116	0.3372	29.000
17	Observado	1	5	0	0	0	0	6
	Esperado	1.814	3.209	0.628	0.0698	0.2093	0.0698	6.000
18	Observado	1	0	0	0	0	0	1
	Esperado	0.302	0.535	0.105	0.0116	0.0349	0.0116	1.000
Total	Observado	26	46	9	1	3	1	86
	Esperado	26	46	9	1	3	1	86
Teste Exato de Fisher 0.602								
Conclusão: Não há associação entre as variáveis idade e o que o professor mais usa para avaliar								

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a idade e o que o professor mais usa para avaliar, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,602.

A seguir iremos apresentar o Quadro 25 que faz a correlação entre idade e o interesse pelas aulas.

Quadro 25 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre idade e o interesse pelas aulas

AS AULAS DESPERTAM SUA ATENÇÃO?						
IDADE		UM POUCO	MUITO	NENHUM POUCO	MUITO POUCO	Total
14	Observado	3	0	0	0	3
	Esperado	2.128	0.2093	0.419	0.2442	3.00
15	Observado	33	3	5	6	47
	Esperado	33.337	3.2791	6.558	3.8256	47.00
16	Observado	20	2	6	1	29
	Esperado	20.570	2.0233	4.047	2.3605	29.00
17	Observado	5	1	0	0	6
	Esperado	4.256	0.4186	0.837	0.4884	6.00
18	Observado	0	0	1	0	1
	Esperado	0.709	0.0698	0.140	0.0814	1.00
Total	Observado	61	6	12	7	86
	Esperado	61	6	12	7	86
Teste Exato de Fisher 0.477						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis idade e o interesse pelas aulas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a idade e o interesse pelas aulas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,477.

A seguir iremos apresentar o Quadro 26 que faz a correlação entre o gosto pela matemática e a escolaridade do pai.

Quadro 26 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e escolaridade do pai

ESCOLARIDADE DO PAI							
GOSTO PELA MATEMÁTICA		MÉDIO	SUPERIOR	FUNDAMENTAL INCOMPLETO	FUNDAMENTAL	NÃO ESTUDOU	Total
GOSTA UM POUCO	Observado	27	6	7	5	1	46
	Esperado	23.53	6.419	10.16	4.279	1.605	46.00
DETESTA	Observado	2	1	5	0	1	9
	Esperado	4.60	1.256	1.99	0.837	0.314	9.00
SUPORTA	Observado	12	3	7	2	1	25
	Esperado	12.79	3.488	5.52	2.326	0.872	25.00
ADORA	Observado	3	2	0	1	0	6
	Esperado	3.07	0.837	1.33	0.558	0.209	6.00
Total	Observado	44	12	19	8	3	86
	Esperado	44	12	19	8	3	86
Teste Exato de Fisher 0.207							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis gosto pela matemática e escolaridade do pai							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes gosto pela matemática e a escolaridade do responsável masculino, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,207.

A seguir iremos apresentar o Quadro 27 que faz a correlação entre o gosto pela matemática e a escolaridade do pai.

Quadro 27 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e escolaridade da mãe

ESCOLARIDADE DA MÃE							
GOSTO PELA MATEMÁTICA		SUPERIOR	MÉDIO	FUNDAMENTAL INCOMPLETO	FUNDAMENTAL	NÃO ESTUDOU	Total
GOSTA UM POUCO	Observado	4	28	7	6	1	46
	Esperado	5.884	24.60	9.09	5.349	1.070	46.00
DETESTA	Observado	0	3	5	1	0	9
	Esperado	1.151	4.81	1.78	1.047	0.209	9.00
SUPORTA	Observado	5	11	5	3	1	25
	Esperado	3.198	13.37	4.94	2.907	0.581	25.00
ADORA	Observado	2	4	0	0	0	6
	Esperado	0.767	3.21	1.19	0.698	0.140	6.00
Total	Observado	11	46	17	10	2	86
	Esperado	11	46	17	10	2	86
Teste Exato de Fisher 0.236							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis gosto pela matemática e escolaridade da mãe							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes gosto pela matemática e a escolaridade do responsável feminino, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,236.

A seguir iremos apresentar o Quadro 28 que faz a correlação entre o gosto pela matemática e os hábitos de estudos.

Quadro 28 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e hábitos de estudos

HÁBITOS DE ESTUDOS							
GOSTO PELA MATEMÁTICA		NO DIA DA PROVA	TODO DIA	NÃO ESTUDO	NA VÉSPERA DA PROVA	FIM DE SEMANA	Total
GOSTA UM POUCO	Observado	24	2	4	6	10	46
	Esperado	21.40	2.140	5.349	7.488	9.63	46.00
DETESTA	Observado	3	0	3	2	1	9
	Esperado	4.19	0.419	1.047	1.465	1.88	9.00
SUPORTA	Observado	13	0	2	6	4	25
	Esperado	11.63	1.163	2.907	4.070	5.23	25.00
ADORA	Observado	0	2	1	0	3	6
	Esperado	2.79	0.279	0.698	0.977	1.26	6.00
Total	Observado	40	4	10	14	18	86
	Esperado	40	4	10	14	18	86
Teste Exato de Fisher 0.031							
Conclusão: Há associação entre as variáveis gosto pela matemática e hábitos de estudos							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes gosto pela matemática e os hábitos de estudos, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,031.

A seguir iremos apresentar o Quadro 29 que faz a correlação entre o gosto pela matemática e quem ajuda com as tarefas.

Quadro 29 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e quem ajuda nas tarefas

QUEM AJUDA NAS TAREFAS						
GOSTO PELA MATEMÁTICA		COLEGA	FAMÍLIA	NINGUEM	OUTROS	Total
GOSTA UM POUCO	Observado	7	10	28	1	46
	Esperado	5.884	9.63	28.88	1.605	46.00
DETESTA	Observado	1	1	6	1	9
	Esperado	1.151	1.88	5.65	0.314	9.00
SUPORTA	Observado	3	6	15	1	25
	Esperado	3.198	5.23	15.70	0.872	25.00
ADORA	Observado	0	1	5	0	6
	Esperado	0.767	1.26	3.77	0.209	6.00
Total	Observado	11	18	54	3	86
	Esperado	11	18	54	3	86
Teste Exato de Fisher 0.938						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis gosto pela matemática e quem ajuda com as tarefas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes gosto pela matemática e quem ajuda com as tarefas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,938.

A seguir iremos apresentar o Quadro 30 que faz a correlação entre o gosto pela matemática e o entendimento das explicações.

Quadro 30 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e o entendimento das explicações

VOCÊ ENTENDE A EXPLICAÇÃO?							
GOSTO PELA MATEMÁTICA		AS VEZES	QUASE SEMPRE	POUCAS VEZES	SEMPRE	NUNCA	Total
GOSTA UM POUCO	Observado	24	16	4	2	0	46
	Esperado	23.53	12.30	6.419	2.140	1.605	46.00
DETESTA	Observado	5	0	3	0	1	9
	Esperado	4.60	2.41	1.256	0.419	0.314	9.00
SUPORTA	Observado	14	4	5	0	2	25
	Esperado	12.79	6.69	3.488	1.163	0.872	25.00
ADORA	Observado	1	3	0	2	0	6
	Esperado	3.07	1.60	0.837	0.279	0.209	6.00
Total	Observado	44	23	12	4	3	86
	Esperado	44	23	12	4	3	86
Teste Exato de Fisher 0.005							
Conclusão: Há associação entre as variáveis gosto pela matemática e o entendimento das explicações							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes gosto pela matemática e o entendimento das explicações, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,005.

A seguir iremos apresentar o Quadro 31 que faz a correlação entre o gosto pela matemática e o que o professor mais usa para avaliar.

Quadro 31 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e o que o professor mais usa para avaliar

O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR?								
GOSTO PELA MATEMÁTICA		TESTE SEMANAL	PROVAS E SIMULADOS	OUTROS	PESQUISA	SEMINÁRIO	PROJETO	Total
GOSTA UM POUCO	Observado	15	23	6	0	1	1	46
	Esperado	13.91	24.60	4.814	0.5349	1.605	0.5349	46.00
DETESTA	Observado	3	3	1	1	1	0	9
	Esperado	2.72	4.81	0.942	0.1047	0.314	0.1047	9.00
SUPORTA	Observado	8	14	2	0	1	0	25
	Esperado	7.56	13.37	2.616	0.2907	0.872	0.2907	25.00
ADORA	Observado	0	6	0	0	0	0	6
	Esperado	1.81	3.21	0.628	0.0698	0.209	0.0698	6.00
Total	Observado	26	46	9	1	3	1	86
	Esperado	26	46	9	1	3	1	86
Teste Exato de Fisher 0.373								
Conclusão: Não há associação entre as variáveis gosto pela matemática e o que o professor mais usa para avaliar								

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes gosto pela matemática e o que o professor mais usa para avaliar, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,373.

A seguir iremos apresentar o Quadro 32 que faz a correlação entre o gosto pela matemática e o interesse pelas aulas.

Quadro 32 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre gosto por matemática e o interesse pelas aulas

AS AULAS DESPERTAM SUA ATENÇÃO?						
GOSTO PELA MATEMÁTICA		UM POUCO	MUITO	NENHUM POUCO	MUITO POUCO	Total
GOSTA UM POUCO	Observado	37	1	5	3	46
	Esperado	32.63	3.209	6.419	3.744	46.00
DETESTA	Observado	4	3	0	2	9
	Esperado	6.38	0.628	1.256	0.733	9.00
SUPORTA	Observado	18	1	4	2	25
	Esperado	17.73	1.744	3.488	2.035	25.00
ADORA	Observado	2	1	3	0	6
	Esperado	4.26	0.419	0.837	0.488	6.00
Total	Observado	61	6	12	7	86
	Esperado	61	6	12	7	86
Teste Exato de Fisher 0.007						
Conclusão: Há associação entre as variáveis gosto pela matemática e o interesse pelas aulas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes gosto pela matemática e o interesse pelas aulas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,007.

A seguir iremos apresentar o Quadro 33 que faz a correlação entre a escolaridade do pai e os hábitos de estudos.

Quadro 33 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e os hábitos de estudos

HÁBITOS DE ESTUDOS							
ESCOLARIDADE DO PAI		NO DIA DA PROVA	TODO DIA	NÃO ESTUDO	NA VÉSPERA DA PROVA	FIM DE SEMANA	Total
MÉDIO	Observado	23	1	3	7	10	44
	Esperado	20.47	2.047	5.116	7.163	9.209	44.00
SUPERIOR	Observado	4	2	1	2	3	12
	Esperado	5.58	0.558	1.395	1.953	2.512	12.00
FUNDAMENTAL INCOMPLETO	Observado	9	0	4	4	2	19
	Esperado	8.84	0.884	2.209	3.093	3.977	19.00
FUNDAMENTAL	Observado	4	1	0	1	2	8
	Esperado	3.72	0.372	0.930	1.302	1.674	8.00
NÃO ESTUDOU	Observado	0	0	2	0	1	3
	Esperado	1.40	0.140	0.349	0.488	0.628	3.00
Total	Observado	40	4	10	14	18	86
	Esperado	40	4	10	14	18	86
Teste Exato de Fisher 0.198							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis escolaridade do pai e hábitos de estudos							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a escolaridade do responsável masculino e hábitos de estudos, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,198.

A seguir iremos apresentar o Quadro 34 que faz a correlação entre a escolaridade do pai e quem ajuda nas tarefas.

Quadro 34 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e quem ajuda nas tarefas

QUEM AJUDA NAS TAREFAS						
ESCOLARIDADE DO PAI		COLEGA	FAMÍLIA	NINGUEM	OUTROS	Total
MÉDIO	Observado	1	1	0	0	2
	Esperado	0.256	0.419	1.26	0.0698	2.00
SUPERIOR	Observado	3	2	7	0	12
	Esperado	1.535	2.512	7.53	0.4186	12.00
FUNDAMENTAL INCOMPLETO	Observado	1	3	14	1	19
	Esperado	2.430	3.977	11.93	0.6628	19.00
MEDIO	Observado	5	10	25	2	42
	Esperado	5.372	8.791	26.37	1.4651	42.00
FUNDAMENTAL	Observado	1	1	6	0	8
	Esperado	1.023	1.674	5.02	0.2791	8.00
NÃO ESTUDOU	Observado	0	1	2	0	3
	Esperado	0.384	0.628	1.88	0.1047	3.00
Total	Observado	11	18	54	3	86
	Esperado	11	18	54	3	86
Teste Exato de Fisher 0.940						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis escolaridade do pai e quem ajuda com as tarefas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a escolaridade do responsável masculino e quem ajuda com as tarefas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,940.

A seguir iremos apresentar o Quadro 35 que faz a correlação entre a escolaridade do pai e o entendimento das explicações.

Quadro 35 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e o entendimento da explicação

VOCÊ ENTENDE A EXPLICAÇÃO?							
ESCOLARIDADE DO PAI		AS VEZES	QUASE SEMPRE	POUCAS VEZES	SEMPRE	NUNCA	Total
MÉDIO	Observado	27	9	6	2	0	44
	Esperado	22.51	11.767	6.140	2.047	1.535	44.00
SUPERIOR	Observado	4	7	1	0	0	12
	Esperado	6.14	3.209	1.674	0.558	0.419	12.00
FUNDAMENTAL INCOMPLETO	Observado	9	4	3	0	3	19
	Esperado	9.72	5.081	2.651	0.884	0.663	19.00
FUNDAMENTAL	Observado	2	3	1	2	0	8
	Esperado	4.09	2.140	1.116	0.372	0.279	8.00
NÃO ESTUDOU	Observado	2	0	1	0	0	3
	Esperado	1.53	0.802	0.419	0.140	0.105	3.00
Total	Observado	44	23	12	4	3	86
	Esperado	44	23	12	4	3	86
Teste Exato de Fisher 0.048							
Conclusão: Há associação entre as variáveis escolaridade do pai e o entendimento das explicações							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a escolaridade do responsável masculino e o entendimento das explicações, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,048.

A seguir iremos apresentar o Quadro 36 que faz a correlação entre a escolaridade do pai e o que o professor mais usa para avaliar.

Quadro 36 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e o que o professor mais usa para avaliar

O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR?								
ESCOLARIDADE DO PAI		TESTE SEMANAL	PROVAS E SIMULADOS	OUTROS	PESQUISA	SEMINÁRIO	PROJETO	Total
MÉDIO	Observado	15	22	6	0	0	1	44
	Esperado	13.302	23.53	4.605	0.5116	1.535	0.5116	44.00
SUPERIOR	Observado	2	9	0	1	0	0	12
	Esperado	3.628	6.42	1.256	0.1395	0.419	0.1395	12.00
FUNDAMENTAL INCOMPLETO	Observado	3	11	3	0	2	0	19
	Esperado	5.744	10.16	1.988	0.2209	0.663	0.2209	19.00
FUNDAMENTAL	Observado	4	3	0	0	1	0	8
	Esperado	2.419	4.28	0.837	0.0930	0.279	0.0930	8.00
NÃO ESTUDOU	Observado	2	1	0	0	0	0	3
	Esperado	0.907	1.60	0.314	0.0349	0.105	0.0349	3.00
Total	Observado	26	46	9	1	3	1	86
	Esperado	26	46	9	1	3	1	86
Teste Exato de Fisher 0.165								
Conclusão: Não há associação entre as variáveis escolaridade do pai e o que o professor mais usa para avaliar								

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a escolaridade do responsável masculino e o entendimento das explicações, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,165.

A seguir iremos apresentar o Quadro 37 que faz a correlação entre a escolaridade do pai e o interesse pelas aulas.

Quadro 37 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do pai e o interesse pelas aulas

AS AULAS DESPERTAM SUA ATENÇÃO?						
ESCOLARIDADE DO PAI		UM POUCO	MUITO	NENHUM POUCO	MUITO POUCO	Total
MÉDIO	Observado	31	2	8	3	44
	Esperado	31.21	3.070	6.140	3.581	44.00
SUPERIOR	Observado	10	0	1	1	12
	Esperado	8.51	0.837	1.674	0.977	12.00
FUNDAMENTAL INCOMPLETO	Observado	13	3	1	2	19
	Esperado	13.48	1.326	2.651	1.547	19.00
FUNDAMENTAL	Observado	5	1	2	0	8
	Esperado	5.67	0.558	1.116	0.651	8.00
NÃO ESTUDOU	Observado	2	0	0	1	3
	Esperado	2.13	0.209	0.419	0.244	3.00
Total	Observado	61	6	12	7	86
	Esperado	61	6	12	7	86
Teste Exato de Fisher 0.551						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis escolaridade do pai e o interesse pelas aulas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a escolaridade do responsável masculino e o interesse pelas aulas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,551.

A seguir iremos apresentar o Quadro 38 que faz a correlação entre a escolaridade do responsável feminino e os hábitos de estudo.

Quadro 38 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e os hábitos de estudo

HÁBITOS DE ESTUDOS							
ESCOLARIDADE DA MÃE		NO DIA DA PROVA	TODO DIA	NÃO ESTUDO	NA VÉSPERA DA PROVA	FIM DE SEMANA	Total
SUPERIOR	Observado	4	1	1	2	3	11
	Esperado	5.116	0.5116	1.279	1.791	2.302	11.00
MÉDIO	Observado	24	3	2	5	12	46
	Esperado	21.395	2.1395	5.349	7.488	9.628	46.00
FUNDAMENTAL INCOMPLETO	Observado	6	0	5	5	1	17
	Esperado	7.907	0.7907	1.977	2.767	3.558	17.00
FUNDAMENTAL	Observado	5	0	1	2	2	10
	Esperado	4.651	0.4651	1.163	1.628	2.093	10.00
NÃO ESTUDOU	Observado	1	0	1	0	0	2
	Esperado	0.930	0.0930	0.233	0.326	0.419	2.00
Total	Observado	40	4	10	14	18	86
	Esperado	40	4	10	14	18	86
Teste Exato de Fisher 0.197							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis escolaridade da mãe e os hábitos de estudo							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a escolaridade do responsável feminino e os hábitos de estudo, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,197.

A seguir iremos apresentar o Quadro 39 que faz a correlação entre a escolaridade do responsável feminino e quem ajuda nas tarefas.

Quadro 39 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e quem ajuda nas tarefas

QUEM AJUDA NAS TAREFAS						
ESCOLARIDADE DA MÃE		COLEGA	FAMÍLIA	NINGUEM	OUTROS	Total
SUPERIOR	Observado	3	3	5	0	11
	Esperado	1.407	2.302	6.91	0.3837	11.00
MÉDIO	Observado	7	10	28	1	46
	Esperado	5.884	9.628	28.88	1.6047	46.00
FUNDAMENTAL INCOMPLETO	Observado	0	3	13	1	17
	Esperado	2.174	3.558	10.67	0.5930	17.00
FUNDAMENTAL	Observado	1	2	7	0	10
	Esperado	1.279	2.093	6.28	0.3488	10.00
NÃO ESTUDOU	Observado	0	0	1	1	2
	Esperado	0.256	0.419	1.26	0.0698	2.00
Total	Observado	11	18	54	3	86
	Esperado	11	18	54	3	86
Teste Exato de Fisher 0.321						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis escolaridade da mãe e quem ajuda nas tarefas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a escolaridade do responsável feminino e quem ajuda com as tarefas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,321.

A seguir iremos apresentar o Quadro 40 que faz a correlação entre a escolaridade do responsável feminino e o entendimento das explicações.

Quadro 40 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e o entendimento das explicações

VOCÊ ENTENDE A EXPLICAÇÃO?							
ESCOLARIDADE DA MÃE		AS VEZES	QUASE SEMPRE	POUCAS VEZES	SEMPRE	NUNCA	Total
SUPERIOR	Observado	5	3	2	1	0	11
	Esperado	5.63	2.942	1.535	0.5116	0.3837	11.00
MÉDIO	Observado	23	15	4	3	1	46
	Esperado	23.53	12.302	6.419	2.1395	1.6047	46.00
FUNDAMENTAL INCOMPLETO	Observado	9	2	4	0	2	17
	Esperado	8.70	4.547	2.372	0.7907	0.5930	17.00
FUNDAMENTAL	Observado	5	3	2	0	0	10
	Esperado	5.12	2.674	1.395	0.4651	0.3488	10.00
NÃO ESTUDOU	Observado	2	0	0	0	0	2
	Esperado	1.02	0.535	0.279	0.0930	0.0698	2.00
Total	Observado	44	23	12	4	3	86
	Esperado	44	23	12	4	3	86
Teste Exato de Fisher 0.667							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis escolaridade da mãe e quem ajuda nas tarefas							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a escolaridade do responsável feminino e o entendimento das explicações, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,667.

A seguir iremos apresentar o Quadro 41 que faz a correlação entre a escolaridade do responsável feminino e o que o professor mais usa para avaliar.

Quadro 41 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e o que o professor mais usa para avaliar

O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR?									
ESCOLARIDADE DA MÃE		TESTE SEMANAL	PROVAS E SIMULADOS	OUTROS	PESQUISA	SEMINÁRIO	PROJETO	TESTE SEMANAL	Total
SUPERIOR	Observado	3	7	0	0	0	0	1	11
	Esperado	3.198	5.88	1.151	0.1279	0.3837	0.1279	0.1279	11.00
MÉDIO	Observado	15	24	6	1	0	0	0	46
	Esperado	13.372	24.60	4.814	0.5349	1.6047	0.5349	0.5349	46.00
FUNDAMENTAL INCOMPLETO	Observado	3	9	3	0	2	0	0	17
	Esperado	4.942	9.09	1.779	0.1977	0.5930	0.1977	0.1977	17.00
FUNDAMENTAL	Observado	4	4	0	0	1	1	0	10
	Esperado	2.907	5.35	1.047	0.1163	0.3488	0.1163	0.1163	10.00
NÃO ESTUDOU	Observado	0	2	0	0	0	0	0	2
	Esperado	0.581	1.07	0.209	0.0233	0.0698	0.0233	0.0233	2.00
Total	Observado	25	46	9	1	3	1	1	86
	Esperado	25	46	9	1	3	1	1	86
Teste Exato de Fisher 0.298									
Conclusão: Não há associação entre as variáveis escolaridade da mãe e o que o professor mais usa para avaliar									

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a escolaridade do responsável feminino e o que o professor mais usa para avaliar, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,298.

A seguir iremos apresentar o Quadro 42 que faz a correlação entre a escolaridade do responsável feminino e o interesse pelas aulas.

Quadro 42 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade da mãe e o interesse pelas aulas

AS AULAS DESPERTAM SUA ATENÇÃO?						
ESCOLARIDADE DA MÃE		UM POUCO	MUITO	NENHUM POUCO	MUITO POUCO	Total
SUPERIOR	Observado	9	1	0	1	11
	Esperado	7.80	0.767	1.535	0.895	11.00
MÉDIO	Observado	30	1	11	4	46
	Esperado	32.63	3.209	6.419	3.744	46.00
FUNDAMENTAL INCOMPLETO	Observado	10	4	1	2	17
	Esperado	12.06	1.186	2.372	1.384	17.00
FUNDAMENTAL	Observado	10	0	0	0	10
	Esperado	7.09	0.698	1.395	0.814	10.00
NÃO ESTUDOU	Observado	2	0	0	0	2
	Esperado	1.42	0.140	0.279	0.163	2.00
Total	Observado	61	6	12	7	86
	Esperado	61	6	12	7	86
Teste Exato de Fisher 0.090						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis escolaridade da mãe e o interesse pelas aulas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a escolaridade do responsável feminino e o interesse pelas aulas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,090.

A seguir iremos apresentar o Quadro 43 que faz a correlação entre hábitos de estudos e quem ajuda nas tarefas.

Quadro 43 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e quem ajuda nas tarefas

QUEM AJUDA NAS TAREFAS						
HÁBITOS DE ESTUDOS		COLEGA	FAMÍLIA	NINGUEM	OUTROS	Total
NO DIA DA PROVA	Observado	6	10	21	3	40
	Esperado	5.116	8.372	25.12	1.395	40.00
TODO DIA	Observado	1	0	3	0	4
	Esperado	0.512	0.837	2.51	0.140	4.00
NÃO ESTUDO	Observado	1	1	8	0	10
	Esperado	1.279	2.093	6.28	0.349	10.00
NA VÉSPERA DA PROVA	Observado	1	2	11	0	14
	Esperado	1.791	2.930	8.79	0.488	14.00
FIM DE SEMANA	Observado	2	5	11	0	18
	Esperado	2.302	3.767	11.30	0.628	18.00
Total	Observado	11	18	54	3	86
	Esperado	11	18	54	3	86
Teste Exato de Fisher 0.863						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis hábitos de estudos e quem ajuda nas tarefas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a hábitos de estudos e quem ajuda nas tarefas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,863.

A seguir iremos apresentar o Quadro 44 que faz a correlação entre hábitos de estudos e o entendimento das explicações.

Quadro 44 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o entendimento das explicações

VOCÊ ENTENDE A EXPLICAÇÃO?							
HÁBITOS DE ESTUDOS		AS VEZES	QUASE SEMPRE	POUCAS VEZES	SEMPRE	NUNCA	Total
NO DIA DA PROVA	Observado	23	10	5	2	0	40
	Esperado	20.47	10.70	5.581	1.860	1.395	40.00
TODO DIA	Observado	1	1	0	2	0	4
	Esperado	2.05	1.07	0.558	0.186	0.140	4.00
NÃO ESTUDO	Observado	5	1	2	0	2	10
	Esperado	5.12	2.67	1.395	0.465	0.349	10.00
NA VÉSPERA DA PROVA	Observado	6	2	5	0	1	14
	Esperado	7.16	3.74	1.953	0.651	0.488	14.00
FIM DE SEMANA	Observado	9	9	0	0	0	18
	Esperado	9.21	4.81	2.512	0.837	0.628	18.00
Total	Observado	44	23	12	4	3	86
	Esperado	44	23	12	4	3	86
Teste Exato de Fisher 0.003							
Conclusão: Há associação entre as variáveis hábitos de estudos e o entendimento das explicações							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a hábitos de estudos e o entendimento das explicações, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,003.

A seguir iremos apresentar o Quadro 45 que faz a correlação entre hábitos de estudos e o que o professor mais usa para avaliar.

Quadro 45 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o que o professor mais usa para avaliar

O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR?								
HÁBITOS DE ESTUDOS		TESTE SEMANAL	PROVAS E SIMULADOS	OUTROS	PESQUISA	SEMINÁRIO	PROJETO	Total
NO DIA DA PROVA	Observado	12	20	6	1	0	1	40
	Esperado	12.09	21.40	4.186	0.4651	1.395	0.4651	40.00
TODO DIA	Observado	0	4	0	0	0	0	4
	Esperado	1.21	2.14	0.419	0.0465	0.140	0.0465	4.00
NÃO ESTUDO	Observado	6	2	1	0	1	0	10
	Esperado	3.02	5.35	1.047	0.1163	0.349	0.1163	10.00
NA VÉSPERA DA PROVA	Observado	5	8	0	0	1	0	14
	Esperado	4.23	7.49	1.465	0.1628	0.488	0.1628	14.00
FIM DE SEMANA	Observado	3	12	2	0	1	0	18
	Esperado	5.44	9.63	1.884	0.2093	0.628	0.2093	18.00
Total	Observado	26	46	9	1	3	1	86
	Esperado	26	46	9	1	3	1	86
Teste Exato de Fisher 0.249								
Conclusão: Não há associação entre as variáveis hábitos de estudos e o que o professor mais usa para avaliar								

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a hábitos de estudos e o que o professor mais usa para avaliar, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,249.

A seguir iremos apresentar o Quadro 46 que faz a correlação entre hábitos de estudos e o interesse pelas aulas.

Quadro 46 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o interesse pelas aulas

AS AULAS DESPERTAM SUA ATENÇÃO?						
HÁBITOS DE ESTUDOS		UM POUCO	MUITO	NENHUM POUCO	MUITO POUCO	Total
NO DIA DA PROVA	Observado	32	1	5	2	40
	Esperado	28.37	2.791	5.581	3.256	40.00
TODO DIA	Observado	2	1	1	0	4
	Esperado	2.84	0.279	0.558	0.326	4.00
NÃO ESTUDO	Observado	6	2	1	1	10
	Esperado	7.09	0.698	1.395	0.814	10.00
NA VÉSPERA DA PROVA	Observado	11	1	1	1	14
	Esperado	9.93	0.977	1.953	1.140	14.00
FIM DE SEMANA	Observado	10	1	4	3	18
	Esperado	12.77	1.256	2.512	1.465	18.00
Total	Observado	61	6	12	7	86
	Esperado	61	6	12	7	86
Teste Exato de Fisher 0.307						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis hábitos de estudos e o interesse pelas aulas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a hábitos de estudos e o interesse pelas aulas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,307.

A seguir iremos apresentar o Quadro 47 que faz a correlação entre quem ajuda nas tarefas e o entendimento das explicações.

Quadro 47 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudos e o entendimento das explicações

VOCÊ ENTENDE A EXPLICAÇÃO?							
QUEM AJUDA NAS TAREFAS		AS VEZES	QUASE SEMPRE	POUCAS VEZES	SEMPRE	NUNCA	Total
COLEGA	Observado	6	3	2	0	0	11
	Esperado	5.63	2.942	1.535	0.512	0.384	11.00
FAMÍLIA	Observado	9	5	2	2	0	18
	Esperado	9.21	4.814	2.512	0.837	0.628	18.00
NINGUEM	Observado	27	14	8	2	3	54
	Esperado	27.63	14.442	7.535	2.512	1.884	54.00
OUTROS	Observado	2	1	0	0	0	3
	Esperado	1.53	0.802	0.419	0.140	0.105	3.00
Total	Observado	44	23	12	4	3	86
	Esperado	44	23	12	4	3	86
Teste Exato de Fisher 0.990							
Conclusão: Não há associação entre as variáveis quem ajuda nas tarefas e o entendimento das explicações							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a quem ajuda nas tarefas e o entendimento das explicações, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,990.

A seguir iremos apresentar o Quadro 48 que faz a correlação entre quem ajuda nas tarefas e o que o professor mais usa para avaliar.

Quadro 48 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas e o que o professor mais usa para avaliar

O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR?								
QUEM AJUDA NAS TAREFAS		TESTE SEMANAL	PROVAS E SIMULADOS	OUTROS	PESQUISA	SEMINÁRIO	PROJETO	Total
COLEGA	Observado	6	4	1	0	0	0	11
	Esperado	3.326	5.88	1.151	0.1279	0.384	0.1279	11.00
FAMÍLIA	Observado	6	10	1	0	0	1	18
	Esperado	5.442	9.63	1.884	0.2093	0.628	0.2093	18.00
NINGUEM	Observado	14	30	6	1	3	0	54
	Esperado	16.326	28.88	5.651	0.6279	1.884	0.6279	54.00
OUTROS	Observado	0	2	1	0	0	0	3
	Esperado	0.907	1.60	0.314	0.0349	0.105	0.0349	3.00
Total	Observado	26	46	9	1	3	1	86
	Esperado	26	46	9	1	3	1	86
Teste Exato de Fisher 0.565								
Conclusão: Não há associação entre as variáveis quem ajuda nas tarefas e o que o professor mais usa para avaliar								

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a quem ajuda nas tarefas e o que o professor mais usa para avaliar, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,565.

A seguir iremos apresentar o Quadro 49 que faz a correlação entre quem ajuda nas tarefas e o interesse pelas aulas.

Quadro 49 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas e o interesse pelas aulas

AS AULAS DESPERTAM SUA ATENÇÃO?						
QUEM AJUDA NAS TAREFAS		UM POUCO	MUITO	NENHUM POUCO	MUITO POUCO	Total
COLEGA	Observado	9	0	2	0	11
	Esperado	7.80	0.767	1.535	0.895	11.00
FAMÍLIA	Observado	11	1	4	2	18
	Esperado	12.77	1.256	2.512	1.465	18.00
NINGUEM	Observado	39	4	6	5	54
	Esperado	38.30	3.767	7.535	4.395	54.00
OUTROS	Observado	2	1	0	0	3
	Esperado	2.13	0.209	0.419	0.244	3.00
Total	Observado	61	6	12	7	86
	Esperado	61	6	12	7	86
Teste Exato de Fisher 0.665						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis quem ajuda nas tarefas e o interesse pelas aulas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes a quem ajuda nas tarefas e o interesse pelas aulas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,665.

A seguir iremos apresentar o Quadro 50 que faz a correlação entre o entendimento das explicações e o que o professor mais usa para avaliar.

Quadro 50 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o entendimento das explicações e o que o professor mais usa para avaliar

O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR?								
VOCÊ ENTENDE A EXPLICAÇÃO?		TESTE SEMANAL	PROVAS E SIMULADOS	OUTROS	PESQUISA	SEMINÁRIO	PROJETO	Total
AS VEZES	Observado	14	22	6	1	1	0	44
	Esperado	13.302	23.53	4.605	0.5116	1.535	0.5116	44.00
QUASE SEMPRE	Observado	5	14	2	0	2	0	23
	Esperado	6.953	12.30	2.407	0.2674	0.802	0.2674	23.00
POUCAS VEZES	Observado	4	7	0	0	0	1	12
	Esperado	3.628	6.42	1.256	0.1395	0.419	0.1395	12.00
SEMPRE	Observado	1	2	1	0	0	0	4
	Esperado	1.209	2.14	0.419	0.0465	0.140	0.0465	4.00
NUNCA	Observado	2	1	0	0	0	0	3
	Esperado	0.907	1.60	0.314	0.0349	0.105	0.0349	3.00
Total	Observado	26	46	9	1	3	1	86
	Esperado	26	46	9	1	3	1	86
Teste Exato de Fisher 0.708								
Conclusão: Não há associação entre as variáveis entendimento das explicações e o que o professor mais usa para avaliar								

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes ao entendimento das explicações e o que o professor mais usa para avaliar, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que não houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,708.

A seguir iremos apresentar o Quadro 51 que faz a correlação entre o entendimento das explicações e o interesse pelas aulas.

Quadro 51 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o entendimento das explicações e o interesse pelas aulas

AS AULAS DESPERTAM SUA ATENÇÃO?						
VOCÊ ENTENDE A EXPLICAÇÃO?		UM POUCO	MUITO	NENHUM POUCO	MUITO POUCO	Total
AS VEZES	Observado	33	2	5	4	44
	Esperado	31.21	3.070	6.140	3.581	44.00
QUASE SEMPRE	Observado	18	0	3	2	23
	Esperado	16.31	1.605	3.209	1.872	23.00
POUCAS VEZES	Observado	9	1	1	1	12
	Esperado	8.51	0.837	1.674	0.977	12.00
SEMPRE	Observado	1	1	2	0	4
	Esperado	2.84	0.279	0.558	0.326	4.00
NUNCA	Observado	0	2	1	0	3
	Esperado	2.13	0.209	0.419	0.244	3.00
Total	Observado	61	6	12	7	86
	Esperado	61	6	12	7	86
Teste Exato de Fisher 0.020						
Conclusão: Há associação entre as variáveis entendimento das explicações e o interesse pelas aulas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes ao entendimento das explicações e o interesse pelas aulas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,020.

A seguir iremos apresentar o Quadro 52 que faz a correlação entre o que o professor mais usa para avaliar e o interesse pelas aulas.

Quadro 52 - Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o que o professor mais usa para avaliar e o interesse pelas aulas

AS AULAS DESPERTAM SUA ATENÇÃO?						
O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR?		UM POUCO	MUITO	NENHUM POUCO	MUITO POUCO	Total
TESTE SEMANAL	Observado	18	2	5	1	26
	Esperado	18.442	1.8140	3.628	2.1163	26.00
PROVAS E SIMULADOS	Observado	31	3	7	5	46
	Esperado	32.628	3.2093	6.419	3.7442	46.00
OUTROS	Observado	8	1	0	0	9
	Esperado	6.384	0.6279	1.256	0.7326	9.00
PESQUISA	Observado	0	0	0	1	1
	Esperado	0.709	0.0698	0.140	0.0814	1.00
SEMINÁRIO	Observado	3	0	0	0	3
	Esperado	2.128	0.2093	0.419	0.2442	3.00
PROJETO	Observado	1	0	0	0	1
	Esperado	0.709	0.0698	0.140	0.0814	1.00
Total	Observado	61	6	12	7	86
	Esperado	61	6	12	7	86
Teste Exato de Fisher 0.621						
Conclusão: Não há associação entre as variáveis o que o professor mais usa para avaliar e o interesse pelas aulas						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima, referentes ao que o professor mais usa para avaliar e o interesse pelas aulas, mostraram por meio da aplicação do teste exato de Fisher que houve associação entre as variáveis, sendo que o valor-p encontrado foi de 0,621.

A seguir iremos apresentar um Quadro 53 com o resumo dos testes de Fisher aplicados e das respectivas relações entre as variáveis.

Quadro 53 - resumo dos testes de Fisher aplicados e das respectivas relações entre as variáveis.

CATEGORIA	VALOR DE P	ESCALA DE SIGNIFICANCIA	ASSOCIAÇÃO
SEXO VS IDADE	0,083	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
SEXO VS GOSTO PELA MATEMÁTICA	0,907	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
SEXO VS ESCOLARIDADE DO PAI	0,895	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
SEXO VS ESCOLARIDADE DA MÃE	0,907	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
SEXO VS HÁBITOS DE ESTUDO	0,473	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
SEXO VS QUEM AJUDA COM AS TAREFAS	0,038	SUBSTANCIAL	ESTÃO ASSOCIADOS
SEXO VS ENTENDER AS EXPLICAÇÕES	0,398	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS

SEXO VS O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR	0,731	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
SEXO VS INTERESSE PELAS AULAS	0,404	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
IDADE VS GOSTO PELA MATEMÁTICA	0,285	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
IDADE VS ESCOLARIDADE DO PAI	0,127	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
IDADE VS ESCOLARIDADE DA MÃE	0,184	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
IDADE VS HÁBITOS DE ESTUDO	0,565	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
IDADE VS QUEM AJUDA NAS TAREFAS	0,280	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
IDADE VS ENTENDER AS EXPLICAÇÕES	0,086	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
IDADE VS O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR	0,602	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
IDADE VS INTERESSE PELAS AULAS	0,477	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
GOSTO PELA MATEMÁTICA VS ESCOLARIDADE DO PAI	0,207	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
GOSTO PELA MATEMÁTICA VS ESCOLARIDADE DA MÃE	0,236	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
GOSTO PELA MATEMÁTICA VS HÁBITOS DE ESTUDO	0,031	MODERADA	ESTÃO ASSOCIADOS
GOSTO PELA MATEMÁTICA VS QUEM AJUDA NAS TAREFAS	0,938	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
GOSTO PELA MATEMÁTICA VS ENTENDER AS EXPLICAÇÕES	0,005	MUITO FORTE	ESTÃO ASSOCIADOS
GOSTO VS O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR	0,373	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
GOSTO PELA MATEMÁTICA VS INTERESSE PELAS AULAS	0,007	MUITO FORTE	ESTÃO ASSOCIADOS
ESCOLARIDADE DO PAI VS HÁBITOS DE ESTUDO	0,198	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ESCOLARIDADE DO PAI VS QUEM AJUDA NAS TAREFAS	0,940	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ESCOLARIDADE DO PAI VS ENTENDER AS EXPLICAÇÕES	0,048	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ESCOLARIDADE DO PAI VS O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR	0,165	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ESCOLARIDADE DO PAI VS INTERESSE PELA AULAS	0,551	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ESCOLARIDADE DO MÃE VS HÁBITOS DE ESTUDO	0,197	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ESCOLARIDADE DO MÃE VS QUEM AJUDA NAS TAREFAS	0,321	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ESCOLARIDADE DO MÃE VS ENTENDER AS EXPLICAÇÕES	0,667	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ESCOLARIDADE DO MÃE VS O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR	0,298	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ESCOLARIDADE DO MÃE VS INTERESSE PELA AULAS	0,090	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
HABITOS DE ESTUDO VS QUEM AJUDA NAS TAREFAS	0,863	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS

HÁBITOS DE ESTUDOS VS ENTENDER AS EXPLICAÇÕES	0,003	MUITO FORTE	ESTÃO ASSOCIADOS
HÁBITOS DE ESTUDOS VS O QUE O PROFESSOR MAIS UTILIZA PARA AVALIAR	0,249	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
HÁBITOS DE ESTUDOS VS INTERESSE PELAS AULAS	0,307	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
QUEM AJUDA NAS TAREFAS VS ENTENDER A EXPLICAÇÃO	0,990	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
QUEM AJUDA NAS TAREFAS VS O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR	0,565	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
QUEM AJUDA NAS TAREFAS VS INTERESSE PELAS AULAS	0,665	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ENTENDER A EXPLICAÇÃO VS O QUE O PROFESSOR MAIS USA PARA AVALIAR	0,708	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS
ENTENDER A EXPLICAÇÃO VS INTERESSE PELAS AULAS	0,020	FORTE	ESTÃO ASSOCIADOS
O QUE O PROFESSOR MAIS UTILIZA PARA AVALIAR VS INTERESSE PELAS AULAS	0,621	MARGINAL	NÃO ESTÃO ASSOCIADOS

Fonte: Experimentação (2023)

Dentre as associações identificadas, três destacam-se pela força da evidência estatística (valor- $p < 0,01$). A mais forte delas ($p=0,003$) ocorre entre hábitos de estudo e o entendimento das explicações, sugerindo que estudantes com rotinas de estudo mais regulares e organizadas tendem a compreender melhor os conteúdos explanados em sala. Esse resultado corrobora a literatura que enfatiza a autonomia e a disciplina de estudo como fatores promotores da aprendizagem.

Outras duas associações de intensidade "muito forte" emergiram: entre gosto pela matemática e o entendimento das explicações ($p=0,005$) e entre gosto pela matemática e o interesse pelas aulas ($p=0,007$). Tais dados apontam para a afetividade em relação à disciplina, o gostar ou não, está intimamente ligada tanto à percepção de compreensão quanto ao nível de atenção despertado pelas aulas. Isso reforça a importância de se considerar a dimensão emocional e motivacional no processo de ensino, para além dos aspectos cognitivos.

Associações de intensidade "moderada" e "substancial" foram verificadas, respectivamente, entre gosto pela matemática e hábitos de estudo ($p=0,031$) e entre sexo e quem ajuda nas tarefas ($p=0,038$). A primeira associação ressalta que o apreço pela disciplina pode influenciar ou ser influenciado pela frequência e qualidade do estudo extraclasse. A segunda indica uma diferença significativa na rede de apoio aos estudos conforme o sexo do aluno, um achado que merece investigação qualitativa mais aprofundada.

Por outro lado, a ampla maioria das combinações testadas não apresentou associação significativa. É notável que variáveis frequentemente discutidas no contexto educacional, como sexo, idade e escolaridade dos pais, não se mostraram associadas a aspectos como gosto pela matemática, hábitos de estudo, interesse pelas aulas ou entendimento das explicações nesta amostra. Esse conjunto de resultados sugere que, para a população investigada, diferenças de desempenho ou engajamento em matemática não podem ser atribuídas simplesmente a esses fatores demográficos isoladamente

Em síntese, o Quadro 53 mostra que as variáveis com maior poder explicativo sobre a experiência de aprendizagem em matemática, nesta pesquisa, são de natureza predominantemente afetivo-motivacional (gosto, interesse) e comportamental (hábitos de estudo), as quais se inter-relacionam entre si e com a percepção de compreensão. As características sociodemográficas analisadas parecem exercer uma influência menos direta ou mediada por outros fatores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo diagnosticar as dificuldades dos alunos em relação à aprendizagem de problemas do 2º grau, a partir de uma amostra de 86 estudantes do 1º ano do ensino médio da rede pública estadual de Ananindeua/PA. Como problema de pesquisa, formulamos a questão: Quais dificuldades os alunos apresentaram quando estudaram problemas do 2º grau?

Ao finalizar esta pesquisa e tomando por base os resultados obtidos e analisados é possível afirmar que mediante a amostra verificada, os alunos do 1º ano do ensino médio enfrentam dificuldades significativas na aprendizagem de problemas do 2º grau, e elas se apresentam em três dimensões principais: cognitiva, procedimental e contextual.

Ligado a dimensão cognitiva, observa-se uma clara dissonância entre a memorização de componentes centrais, como conceito, coeficientes, fórmula de Bhāskara e discriminante, e a efetiva compreensão conceitual. Embora mais de 90% dos alunos declarem lembrar-se desses tópicos, a maioria os classifica como "regular" ou "difícil", indicando que o ensino privilegiou a repetição mecânica em detrimento da construção de significado. Essa abordagem, centrada na aplicação algorítmica sem a devida contextualização ou vinculação a conceitos prévios, resulta em um conhecimento frágil e pouco aplicável.

As dificuldades procedimentais ficam evidentes nos resultados do teste aplicado, especialmente nos itens de nível mediano e difícil. A taxa de respostas em branco chega a 78,4% nos problemas medianos e a 89,2% nos difíceis, enquanto a taxa de acertos é inferior a 1,5% em ambos os casos. Isso demonstra que os alunos não conseguem transpor situações contextualizadas para a linguagem algébrica, nem desenvolver estratégias de resolução que demandem mais de uma etapa ou a articulação de conhecimentos. A incapacidade de traduzir enunciados verbais em equações e de manipular expressões algébricas com segurança aponta para lacunas tanto na formação aritmética básica, como potenciação, radiciação e operações com sinais, quanto no desenvolvimento do pensamento algébrico.

A partir da aplicação do teste exato de Fisher para análise de associação entre variáveis qualitativas, com nível de significância estabelecido em 0,05, foram identificadas relações significativas em um conjunto restrito de pares de variáveis, enquanto a maioria das combinações testadas não apresentou associação

estatisticamente relevante. Os resultados permitem inferir que, na amostra estudada, fatores de natureza afetivo-motivacional e comportamental exercem influência mais direta sobre a experiência de aprendizagem em matemática do que variáveis sociodemográficas isoladas.

Destacam-se, em especial, três associações com evidência estatística considerada “muito forte” ($p < 0,01$): Entre hábitos de estudo e entendimento das explicações ($p = 0,003$); Entre gosto pela matemática e entendimento das explicações ($p = 0,005$); Entre gosto pela matemática e interesse pelas aulas ($p = 0,007$).

Associações de intensidade moderada também foram observadas, como entre gosto pela matemática e hábitos de estudo ($p = 0,031$) e entre sexo e quem ajuda nas tarefas ($p = 0,038$). Esta última aponta para possíveis diferenças nos apoios externos recebidos por alunos de diferentes gêneros, merecendo investigações qualitativas complementares.

Por outro lado, a ausência de associação entre variáveis como sexo, idade, escolaridade dos pais e indicadores de engajamento e desempenho percebido (como gosto pela disciplina, interesse, hábitos de estudo e entendimento) sugere que, neste contexto específico, tais fatores sociodemográficos não determinam, por si só, a relação do aluno com a matemática. Isso ressalta a importância de considerar dimensões pedagógicas, emocionais e comportamentais no planejamento de intervenções educativas.

Em síntese, os resultados reforçam a relevância de se trabalhar, em sala de aula, não apenas os conteúdos disciplinares, mas também aspectos motivacionais, afetivos e metacognitivos, como a construção de rotinas de estudo e o vínculo positivo com a matemática, uma vez que estas variáveis se mostraram relacionadas e potencialmente influentes na percepção de aprendizagem e no interesse dos estudantes.

Diante desse diagnóstico, reforça-se a importância de uma abordagem pedagógica revisional e estruturante, respaldada por evidências estatísticas e qualitativas. Recomenda-se que, ao introduzir problemas do 2º grau, os professores realizem uma retomada consciente das operações aritméticas básicas e trabalhem de forma explícita e contextualizada os conceitos algébricos fundamentais, como incógnita, forma da equação, raízes e representação gráfica, prática que não só

suprirá lacunas prévias, como também contribuirá para uma compreensão mais sólida e significativa dos conteúdos subsequentes.

Embora limitado à amostra e ao contexto investigado, este estudo oferece subsídios empíricos e metodológicos para reflexões sobre o ensino da matemática em momentos de transição e recuperação de aprendizagem. Acredita-se que investir na consolidação dos fundamentos, no uso de diagnósticos baseados em testes estatísticos e na formação contínua docente constituem passos essenciais para transformar as dificuldades identificadas em oportunidades de aprendizado mais equitativo e consistente.

Além disso, elaboramos um produto educacional complementar a esta pesquisa, com o objetivo de auxiliar tanto professores quanto alunos no ensino e na aprendizagem de problemas do 2º grau. O material, desenvolvido como parte externa, porém integrada a esta investigação, visa minimizar as dificuldades comumente enfrentadas pelos estudantes ao abordar esse conteúdo, oferecendo recursos práticos e acessíveis para a consolidação do conhecimento.

REFERENCIAS

ALMOULOU, S.; SILVA, M. J. F. Engenharia Didática: evolução e diversidade. **Revemat**, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012.

AMORIM, Lóren Grace Kellen Maia. **Equações do 2º grau e o sistema didático zankoviano: um olhar para o desenvolvimento do estudante**. 2022. 231 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2022.

ARTIGUE, Michelle et al. **Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

ASSIS, Janilson Pinheiro de; SOUSA, Roberto Pequeno de; LINHARES, Paulo Cezar Ferreira. **Testes de hipóteses estatísticas**. Mossoró: Edufersa, 2020.

AVELINO, Ana Paula Silva; SOUZA, Laíse Pedreira; SANTOS, Daniela Batista. Atividades diferenciadas no ensino de matemática: mobilizando saberes e superando dificuldades de aprendizagem em multiplicação e equação do segundo grau. In: **ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XVIII**, 2019, Ilhéus. Anais [...], 2019.

BARROS, Emerson Miguel Souza et al. Metodologias ativas no ensino superior. In: **SIMPÓSIO DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO E TECNOLOGIA, XV**, 2018. Anais [...], 2018.

BEZERRA, Antonio Marcelo Araújo; SANTOS, Maria José Costa; BORGES, Hermínio. A categorização do raciocínio matemático de alunos do curso de pedagogia como contribuição à formação de professores. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 15, n. 1, p. 2-10, 2022.

BEZERRA, Mirthyani; MARTINS, Leonardo. **Escolarização dos pais é decisiva no nível educacional dos filhos, diz IBGE**. Uol, 2017. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/noticias/2017/12/15/so-46-dos-filhos-de-pais-sem-ensino-fundamental-tem-diploma-no-brasil.htm>>. Acesso em: 7 jul. 2023.

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta Caecilia. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012. Tradução de: Helena Castro.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRESSAN, Lidiane Garcia. **Utilização do algeplan nas operações com polinômios e raízes de equações do 2º grau**. 2021. 141 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2021.

BRITO, Ramon Gabriel Santos de. **O ensino de problemas do segundo grau com uma variável**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

DE BRITO, Ramon Gabriel Santos et al. Dificuldade de estudante em resolver equação quadrática no ensino médio: uma pesquisa quantitativa. **Science and Knowledge in Focus**, v. 2, n. 1, p. 05-17, 2019.

DE OLIVEIRA LOZADA, Claudia; DE OLIVEIRA LOZADA, Anneliese. Modelagem Matemática, BNCC e a prova do ENEM de 2019: confluências e reflexões. **Revista Educar Mais**, v. 6, p. 467-492, 2022.

DE PROENÇA, Marcelo Carlos. **Formação de conceitos matemáticos: propostas de ensino aos anos iniciais e finais do ensino fundamental**. Campo Mourão: Editora Fecilcam, 2020.

DENARDI, Vânia Bolzan. Teoria dos Registros de Representação Semiótica: contribuições para a formação de professores de matemática. In: **XXI ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, Pelotas, 2017. Anais [...], 2017.

DEWEY, John. **Como Pensamos: como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo, uma reexposição**. São Paulo: Editora Nacional, 1979.

DIAS, Andreza P. **Uma sequência didática de equações do 2º grau via resolução de problemas aplicada ao 9º ano do ensino fundamental**. 2016. 120 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Estadual do Paraná, Paraná, 2016.

DO VALE, Alberton Fagno Albino. **As diferentes estratégias de resolução da equação do segundo grau**. 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2013.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, Raymond; MORETTI, Mércles Thadeu (Trad.). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, v. 7, n. 2, p. 266, 2012.

ELIAS, Ana Paula de Andrade Janz. **Possibilidades de utilização de smartphones em sala de aula: construindo aplicativos investigativos para o trabalho com equações do 2º grau**. 2018. 135 f. Dissertação (Mestrado em Formação Científica Educacional e Tecnológica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. 5. ed. Campinas: Unicamp, 2011. Tradução de: Hygino H. Domingues.

FERRAZ, Ana Paula do Carmo Marcheti; BELHOT, Renato Vairo. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. **Gestão & Produção**, v. 17, n. 2, p. 421-431, 2010.

FERREIRA, Elen Cristina da Silva; DE OLIVEIRA, Nayara Maria. Evasão escolar no ensino médio: causas e consequências. **Scientia Generalis**, v. 1, n. 2, p. 39-48, 2020.

FONSECA, Jairo Simon da; MARTINS, Gilberto de Andrade. **Curso de estatística**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1994.

FOSSA, John Andrew. Algumas considerações teóricas sobre o ensino de matemática por atividades. **Revista REMATEC**, ano 15, n. 35, p. 10-26, 2020.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GONÇALVES, F. B. **Uma sequência didática para o ensino de função quadrática**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

GUADAGNINI, Míriam do Rocio. **O uso da fatoração na resolução de equações do 2º grau por alunos do 9º ano do ensino fundamental**. 2013. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2013.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática Elementar**. 2. ed. São Paulo: Atual, 1977. v. 1: Conjuntos e funções.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática Elementar**. 2. ed. São Paulo: Atual, 1977. v. 6: Complexos, polinômios e equações.

IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP**. Disponível em: <<https://www.obmep.org.br/provas.htm>>. Acesso em: 2 mar. 2024.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf>. Acesso em: 4 mar. 2024.

JUCÁ, Rosineide de Sousa; GUIMARÃES, José dos Santos; NAPOMUCENO, Tarcísio Roger Noronha. Um estudo dos erros e das dificuldades na resolução de equações do 2º grau. In: **3º SIPEMAT – SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 2012. Anais [...], 2012.

KUROIWA, Elisabete Tiyoko Nishimura. **Uma abordagem peculiar da equação do segundo grau no ensino fundamental e médio**. 2016. 126 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Presidente Prudente, 2016.

LAMONATO, Maiza; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké**, v. 19, n. 2, 2011.

LEAL, Geraldo Sadoyama; SILVA, Deise Aparecida de Oliveira; SOPELETE, Mônica Camargo. **Conceitos básicos de bioestatística**. Uberlândia: Edufu, 2005.

LIMA, Elvécio Pereira. **Sequência didática usando o geogebra na aprendizagem de função quadrática no ensino fundamental II**. 2016. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2016.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LOPES JUNIOR, Edil Pereira. **A história da equação do 2º grau ao longo dos séculos**. 2019. 115 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

LOVATO, Fabricio Luís; MICHELOTTI, Angela; DA SILVA LORETO, Elgion Lucio. Metodologias ativas de aprendizagem: uma breve revisão. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 2, 2018.

MARTINS, Helena Sofia Sousa Garcez. **Dificuldades na resolução de equações de 2º grau dos alunos do 8º ano**. 2014. 81 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.

MASOLA, Wilson; ALLEVATO, Norma. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7, p. 52-67, 2019.

MODTKOSKI, Heloisa Milena. **Conceito matemático x algoritmo: construção do conhecimento ou simples mecanização?** 2016. 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

MORETTIN, Pedro Alberto; BUSSAB, Wilton de Oliveira. **Estatística básica**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

NABAIS, Margarida Maria Saraiva. **Equações do 2.º grau: um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 9.º ano**. 2010. Tese (Doutorado) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010.

OLIVEIRA, Carina de. **Equação do segundo grau: a utilização de jogos colaborando para uma aprendizagem significativa**. 2022. 134 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2022.

OLIVEIRA, Eliete Alves de Castro et al. Dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental na disciplina de Matemática. **Revista Práxis**, v. 3, n. 5, 2011.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema – Mathematics Education Bulletin**, p. 73-98, 2011.

PARÁ. Secretaria de Estado de Educação. **Documento Curricular para Educação Infantil e Ensino Fundamental do Estado do Pará**. Pará: SEE, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_pa.pdf>. Acesso em: 23 fev. 2024.

PEREIRA, Éderson Antônio Ferreira. **Uma sequência didática para o ensino de equação do 2º grau com uma incógnita à luz da teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud**. 2022. 296 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

PITOMBEIRA, João Bosco. Revisitando uma velha conhecida. In: **Anais da II BIENTAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA**, Salvador, 2004.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

R CORE TEAM. **R: A Language and environment for statistical computing**. Version 4.4. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2024. Disponível em: <<https://cran.r-project.org>>. Acesso em: 7 ago. 2024.

RODRIGUES, Adriano; MAGALHÃES, Shirlei Cristina. A resolução de problemas nas aulas de matemática: diagnosticando a prática pedagógica. **Revista Acadêmica Feol**, v. 1, n. 1, p. 1-16, 2011.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**. São Paulo: Companhia das Letras, 2012.

SÁ, P. F.; ALVES, F. J. da C. A engenharia didática: alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos. In: **Abordagens teóricas e construções metodológicas na pesquisa em educação**. Belém: EDUEPA, 2011. v. 1, p. 145-160.

SÁ, Pedro Franco de; MAFRA, José Ricardo Souza e; FOSSA, John Andrew. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática. **Revista Cocar**, n. 14, 2022.

SANTOS, Bruno Mariano Silva. **O ensino da equação do segundo grau: um diálogo entre a "fórmula de Bhāskara" e o método de completar quadrados**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2021.

SANTOS, Leonardo Silva. **Uma abordagem histórica e metodológica dos métodos de resolução de equação do 2º grau desenvolvidos por Al-Khwarizmi**. 2017. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

SILVA, Pedro Roberto Sousa da. **O ensino de fatoração algébrica por atividades**. 2012. 281 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2012.

THE JAMOVİ PROJECT. **jamovi**. Version 2.6. 2024. Disponível em: <<https://www.jamovi.org>>. Acesso em: 7 ago. 2024.

APENDICE A



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a),

Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

- 1- **Idade:** _____ anos 2- **Sexo:** ☐ Masculino ☐ Feminino 3- **Série:** _____ Ano
- 4- **Tipo de escola que estuda?** ☐ Municipal ☐ Estadual ☐ Federal ☐ Particular ☐ Conveniada
- 5- **Você já ficou em dependência?** ☐ Não ☐ Sim. Em _____ quais disciplinas?
- 6- **Você gosta de Matemática?** ☐ Detesto ☐ Suporto ☐ Gosto um pouco ☐ Adoro
- 7- **Qual a escolaridade do seu responsável masculino?**
☐ Superior ☐ Médio ☐ Fundamental ☐ Fundamental incompleto ☐ Não estudou
- 8- **Qual a escolaridade da sua responsável feminina?**
☐ Superior ☐ Médio ☐ Fundamental ☐ Fundamental incompleto ☐ Não estudou
- 9- **Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?**
☐ Professor particular ☐ Família ☐ Ninguém ☐ colega da escola ☐ Outro(s). Quem? _____
- 10- **Com que frequência você estuda matemática fora da escola?**
☐ Todo dia ☐ Somente nos finais de semana ☐ No período de prova ☐ Só na véspera da prova ☐ Não estudo fora da escola
- 11- **Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?**
☐ Sempre ☐ Quase sempre ☐ Às vezes ☐ Poucas vezes ☐ Nunca
- 12- **Quais formas de atividades e/ou trabalho o seu Professor (a) de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem?**
☐ Provas/simulado ☐ Testes semanais ☐ Seminários ☐ Pesquisas ☐ Projetos ☐ Outros. Quais? _____
- 13- **Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática?**
☐ Contente ☐ Tranquilo ☐ Medo ☐ Preocupado ☐ Raiva ☐ Calafrios
- 14- **As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?**
☐ Nenhum pouco ☐ Muito pouco ☐ Um pouco ☐ Muito
- 15- **Você é capaz de fazer relação dos conteúdos matemáticos dados em sala com seu cotidiano?**
☐ Sim ☐ Não ☐ Às vezes
- 16- **Seu professor de matemática demonstra domínio do conteúdo?** ☐ Sim ☐ Não
- 17- **Você considera as explicações do professor de matemática?**
☐ Ruim ☐ Regular ☐ Boa ☐ Excelente
- 18- **Você já estudou problemas do segundo grau?** ☐ Sim ☐ Não
- 19- **Se você na questão acima respondeu sim, diga em qual série?** _____
- 20- **Quando você estudou problemas do segundo grau, a maioria das aulas:**
☐ Iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios;
☐ Iniciaram com a história do assunto para depois explorar os conceitos;
☐ Iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
☐ Iniciaram com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;
☐ Iniciaram com jogos para depois sistematizar os conceitos.
- 21- **Para praticar o conteúdo de problemas do segundo grau seu professor costumava:**
☐ Apresentar uma lista de questões para serem resolvidos;
☐ Apresentar jogos envolvendo o assunto;
☐ Solicitar que os alunos resolvessem as questões do livro didático;
☐ Não propunha questões de fixação;
☐ Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver.

Conteúdo	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
Conceito de Equação do 2º grau							
Coeficientes da Equação do 2º grau							
Fórmula da Equação do 2º grau							
Resolução da Equação do 2º grau							
Verificar se um número é raiz de uma equação do Equação do 2º grau							
Discriminante Equação do 2º grau (O delta da equação)							
Condição para uma Equação do 2º grau possuir duas raízes reais e diferentes.							
Condição para uma Equação do 2º grau possuir duas raízes reais e iguais.							
Condição para uma Equação do 2º grau não possuir raízes reais.							
Conceito de equação biquadrada							
Transformar uma equação do tipo $x^4+5x^2+6=0$ em outra da forma $y^2+5y+6=0$							
Determinar as raízes de uma equação biquadrada							
Determinar as raízes de uma equação do 2º grau conhecendo os valores da soma e do produto das raízes da equação.							
Sistemas de equações do 2º grau com duas variáveis.							
Traduzir da linguagem comum o enunciado de situações que envolvam equação do Equação do 2º grau em linguagem matemática.							
Traduzir para linguagem matemática enunciados do tipo: A medida da área de um quadrado cujo comprimento do lado mede $2x + 1$ cm é igual a 16 cm (livro: matemática essencial – 9º ano, p. 36 – 8ª questão letra a)							
Traduzir para linguagem matemática enunciados do tipo: O quadrado de um número x, menos 8, é igual a 6. (livro: matemática essencial – 9º ano, p. 36 – 8ª questão letra b)							
Traduzir para linguagem matemática enunciados do tipo: Um número x, menos 15, é igual ao quadrado de x. (livro: matemática essencial – 9º ano, p. 36 – 8ª questão letra c)							
Traduzir para linguagem matemática enunciados do tipo: Um quadrado com lado de medida x tem área igual a 625 m². Escreva uma equação do 2º grau para determinar o valor de x. (livro: matemática compreensão – 9º ano, p. 46 – 5ª questão)							
Traduzir para linguagem matemática enunciados do tipo: um número real cujo quadrado é igual ao seu quádruplo.							
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
Resolver problemas do tipo: Um terreno retangular tem área medindo 300 m², sendo a medida do comprimento de um de seus lados 5 m maior do que a do outro. Sabendo que apenas no lado voltado para a rua não será construído muro, determine a medida do comprimento, em metros, do muro que será construído. (livro: matemática essencial – 9º ano, p. 47)							

Resolver problemas do tipo: Para pintar os dois lados de um muro, foram necessárias exatamente 3 latas de tinta, que cobrem, cada uma, uma área cuja medida é 24 m². Sabendo que a medida da altura do muro corresponde a 1/9 da medida de seu comprimento, quanto mede a altura e o comprimento desse muro? (livro: matemática essencial – 9º ano, p. 40)							
Resolver problemas do tipo: Uma bicicleta custa R\$2800,00 e iria ser comprada por um grupo de amigos que dividiriam o valor em partes iguais. Como três deles desistiram a cota de cada um dos restantes ficou aumentada de R\$120,00. Quantas amigos iram inicialmente comprar a bicicleta? (professor Pedro Sá)							
Resolver problemas do tipo: Para revestir uma parede de 9 m² são necessários exatamente 400 azulejos quadrados. Quanto mede o lado do azulejo? (livro: matemática e realidade – 9º ano, p. 77, 2ª questão)							
Resolver problemas do tipo: Os 40 alunos de uma classe sentam-se em n fileiras de carteiras, cada uma com n + 3 carteiras. Se não sobra carteira vazia, quantos alunos há em cada fileira? (livro: matemática e realidade – 9º ano, p. 79, 9ª questão)							
Resolver problemas do tipo: O quadrado de minha idade daqui a vinte quatro anos será igual a cento e cinco. Qual é minha idade atual? (os próprios autores)							

22- Com base na sua experiência quando você estudou problemas do segundo grau preencha o Quadro a seguir.

(MF: Muito Fácil; F: Fácil; R: Regular; D: Difícil; MD: Muito difícil)

Resolva as questões a seguir: Elaborar 9 questões (sugestão: 4 questões de fácil resolução, 3 questões medianas e 2 questões difíceis).

1 – O peso de João elevado ao quadrado é igual a cento e vinte e um quilogramas. Qual o peso de João?

2 – O quadrado de um número mais um é igual a vinte e seis, que número é esse?

3 – Um número multiplicado pelo seu sucessor é igual a dois, que número é esse?

4 – O quadrado da diferença da minha idade menos dois é igual a nove. Qual é minha idade?

5 – Em um terreno retangular de área total de 100 metros quadrados, o comprimento tem 15 metros a mais que a largura. Qual é o valor é a medida da largura?

6 – Para lajotar o chão de um galpão, o pedreiro utilizou quatro mil lajotas quadradas e iguais. Sabendo que esse número de lajotas deu para lajotar 490 metros quadrados, quanto mede o lado de uma lajota? (Suponha que não exista espaço entre uma lajota e outra).

7 – Uma pessoa distribui 240 balas para um número x de crianças. Se cada criança receber uma bala a menos, o número de balas que cada criança vai receber será igual ao número de crianças. Qual é o valor de x? (livro: a conquista da matemática – 9º ano, p. 103, 18ª questão)

8 – No jogo de futsal da escola André, Bruno e Carlos marcaram juntos quarenta gols. Bruno marcou cinco gols a mais que André. Carlos marcou o Quadrado do número de gols de André. Quantos gols cada um desses jogadores marcou?

9 – Se a soma dos quadrados das raízes da equação $x^2 + k.x - 11 = 0$ é igual a 122. Considerando para k apenas valores positivos. Quais são as raízes da equação?

APENDICE B



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA**

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada O uso de atividades para o Ensino de problemas do 2º grau, sob a responsabilidade dos(as) pesquisadores **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kelly Martins da Silva, Diego Nazareno da Silva Gomes**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa nós estamos buscando realizar um diagnóstico do **ensino de problemas do 2º grau** a partir da opinião dos estudantes. A sua colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa.

Em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada.

Você não terá gasto ou ganho financeiro por participar na pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre **o ensino de problemas do 2º grau**.

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kelly Martins da Silva, Diego Nazareno da Silva Gomes**, por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação(CCSE) da Universidade do Estado do Pará(UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: 4009-9542.

Ananindeua, ____ de _____ de 2023.

Assinatura dos pesquisadores

Eu, _____ aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

Participante da pesquisa



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Senhor (a) responsável você está sendo consultado sobre a possibilidade de seu filho (a), para participar da pesquisa intitulada: **o ensino de problemas do 2º grau**, sob a responsabilidade dos pesquisadores **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kelly Martins da Silva, Diego Nazareno da Silva Gomes**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Com esse trabalho estamos buscando diagnosticar **o ensino de problemas do 2º grau** a partir da opinião dos estudantes. A colaboração do aluno(a) será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa e essa atividade ocorrerá nas dependências da escola sob a supervisão de um professor.

Em nenhum momento o aluno(a) será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada.

Você e o(a) aluno(a) não terão gasto ou ganho financeiro por participar na pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre **o ensino de problemas do 2º grau**.

Você é livre para decidir se seu filho(a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kelly Martins da Silva e Diego Nazareno da Silva Gomes**, por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: 4009-9542.

Ananindeua, ____ de ____ de 2023.

Assinatura dos pesquisadores

Eu, _____ autorizo que meu/minha filho(a) _____ a participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

Assinatura do responsável



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA