Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Linha de Pesquisa: Metodologia para o Ensino de Matemática no Nível Fundamental

DION ESPIRITO SANTO DA CUNHA

UMA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

BELÉM/PA
2025

DION ESPIRITO SANTO DA CUNHA

UMA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia para o Ensino de Matemática no Nível Ensino Fundamental.

Orientadora: Professora Dra. Acylena Coelho Costa.

BELÉM/PA

2025

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com o ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará

C972e Cunha, Dion Espirito Santo da

Uma engenharia didática para o ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas / Dion Espirito Santo da Cunha. — Belém, 2025.

117 f. : il. ; color.

Orientadora: Profª. Dra. Acylena Coelho Costa

Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Campus I - Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE), 2025.

1. Ensino de matemática. 2. Equações lineares. 3. Sistema de equações lineares a duas variáveis. 4. Sequência didática. 5. Registros de representação semiótica. I. Título.

CDD 22.ed. 510.7

Elaborado por Priscila Melo – Bibliotecária CRB 2/1345

DION ESPÍRITO SANTO DA CUNHA

UMA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1° GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientadora: Profa. Dra. Acylena Coelho Costa.

Data de aprovação: 22/05/2025

Banca examinadora

Acylena Coelho Costa. Orientadora
Profa. Dra. ACYLENA COELHO COSTA
Doutora em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica / PUC-SP
Universidade do Estado do Pará

. Examinador Interno
Prof/Dr. MIGUEL CHAQUIAM
Doutor em Educação Matemática – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade do Estado do Pará

. Examinador Externo
Profa. Dra. IRENE CASTRO PEREIRA
Doutora em Educação Matemática – Universidade de São Paulo / USP
Universidade Federal do Pará / UFPA

Belém – PA
2025

DEDICATÓRIA

Para Alcirlene, por todo amor, incentivo, apoio e cuidado.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me concedido a vida, a saúde e os recursos necessários para chegar até aqui. Aos meus pais Graça e Braz, pelo amor, cuidado, educação e bons exemplos que sempre me deram.

A minha esposa Alcirlene e ao meu filho Dion Henrique, pelo amor, carinho, respeito, compreensão e incentivo com os quais sempre me trataram.

À professora Acylena Coelho Costa por toda a paciência, calma e atenção com que me orientou. O modo como se comportou diante das minhas dúvidas, por vezes até bobas, quando eu não entendia algo mesmo já tendo sido explicado são, entre muitos, o principal exemplo que pretendo seguir como educador. Também sou muito grato por ter segurado a minha mão e ter me ajudado a chegar até aqui.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará na pessoa do seu corpo docente, com destaque especial aos professores: Ana Kely Martins da Silva, Acylena Coelho Costa, Roberto Paulo Bibas Fialho, Cinthia Cunha Maradei Pereira, Francisco Hermes Santos da Silva, Miguel Chaquiam e Carlos Alberto de Miranda Pinheiro.

Aos amigos que tive o privilégio de conhecer durante o curso do mestrado e com os quais espero poder compartilhar a amizade pelo resto da vida: Cledyana Souza Cordeiro, Giovanni Marques e Rosangela Silva dos Santos, a todos vocês muito obrigado pelo apoio de sempre, pelas conversas, conselhos e a força para que eu não cedesse ao desânimo que de vez em quando me visitava.

E por último, mas não menos importante, ao estimado amigo Mauro Alexandre Paula de Sousa pela fundamental ajuda na formatação final do texto.

E assim, após uma jornada de desafios e superações, este trabalho é um testemunho de perseverança e resiliência. Com profundo alívio, reconheço que a conclusão desta dissertação não teria sido possível sem o apoio incondicional dos familiares e amigos, cuja presença constante foi um verdadeiro bálsamo, além, claro, da minha orientadora, cuja paciência, sabedoria e orientação foram imprescindíveis. A todos, muito obrigado.

Nada a temer senão o correr da luta
Nada a fazer senão esquecer o medo, medo
Abrir o peito a força, numa procura
Fugir às mardilhas da mata escura

Longe se vai
Sonhando demais
Mas aonde se chega assim
Vou descobrir o que me faz sentir...

RESUMO

CUNHA, D. E. S. **Uma engenharia didática para o ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas**. 2025, 117f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará, Belém, 2025.

Esta dissertação foi desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática e buscou responder à questão de pesquisa: Como uma sequência didática com vistas à compreensão de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, pode contribuir para a aprendizagem de alunos do ensino fundamental? Assim, elegeu-se como objetivo geral analisar as potencialidades da aplicação de uma Sequência Didática sobre o objeto matemático Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas para uma turma do 8º ano do ensino fundamental. Os referenciais teóricos nos quais este trabalho está baseado são os Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2003), a Sequência Didática conforme as percepções de Zabala (1998) e como metodologia de pesquisa os pressupostos da Engenharia Didática de Michèle Artigue. A sequência didática aplicada foi composta por três blocos de atividades, totalizando 16 tarefas, que abordaram desde os princípios da igualdade até a resolução de sistemas de equações pelos métodos da adição e substituição. Os resultados indicam que, apesar dos desafios enfrentados, a proposta didática contribuiu para o aprendizado dos alunos, com um percentual médio de 43,9% de acertos totais ou parciais na avaliação final. No entanto, um número significativo de respostas em branco, especialmente na resolução de equações de 1º grau (60%), sugere a necessidade de ajustes na abordagem e maior tempo de aplicação para consolidar os conceitos trabalhados. Além disso, o impacto da pandemia pode ter influenciado a participação ativa dos alunos, tornando essencial a ampliação da pesquisa para um grupo maior e em condições mais favoráveis. Os resultados reforçam a importância de estratégias didáticas que promovam mais a participação ativa dos alunos e estimulem o desenvolvimento do pensamento matemático. de forma mais efetiva. Como fruto desta pesquisa, foi gerado um produto educacional que pode ser acessado pelo seguinte link: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/1000553.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Equações Lineares; Sistema de Equações Lineares a duas Variáveis; Sequência Didática; Registros de Representação Semiótica.

ABSTRACT

CUNHA, D. E. S. **A Didactic Engineering for the Teaching of Systems of 1st Degree Polynomial Equations with Two Variables.** 2025, 117 p. Dissertation (Professional Master's in Mathematics Education) – Postgraduate Program in Mathematics Teaching, State University of Pará. Belém, 2025.

This master's dissertation, developed within the Professional Master's Program in Mathematics Education at the State University of Pará, addresses the question: "How can a teaching sequence aimed at understanding systems of polynomial equations of 1st degree with two variables contribute to the learning of elementary school students?" The study's main objective was to analyze the potential of applying a Didactic Sequence on systems of 1st-degree polynomial equations with two variables to an 8th-grade elementary school class. The theoretical framework draws upon Duval's (2003) Semiotic Representation Registers, Zabala's (1998) Didactic Sequence, and Artigue's Didactic Engineering methodology. The applied didactic sequence comprised three activity blocks, totaling 16 tasks, covering concepts from the principles of equality to solving systems of equations using addition and substitution methods. Results indicate that, despite challenges, the didactic proposal contributed to student learning, with an average of 43.9% total or partial correct answers on the final assessment. However, a significant number of blank responses, particularly in solving 1st-degree equations (60%), suggest the need for adjustments in the approach and extended application time to consolidate concepts. Furthermore, the pandemic's impact may have influenced student participation, highlighting the importance of expanding this research to a larger group under more favorable conditions. The findings emphasize the importance of didactic strategies that promote active student participation and stimulate the development of mathematical thinking more effectively. As a result of this research, an educational product was generated that can be accessed via the following link: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/1000553.

Keywords: Mathematics Education; Linear Equations; System of Linear Equations with Two Variables; Didactic Sequence; Semiotic Representation Registers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Do que sentem falta os professores no processo ensino-aprendizagem.....38
Figura 2 – Principais dificuldades dos alunos nas aulas de matemática 38
Figura 3 – As principais formas de avaliação dos professores de matemática.....39
Figura 4 - Balança utilizada na aplicação da sequência didática.....61
Figura 5 - Atividade 1 bloco I 62
Figura 6 – Respostas dos alunos A22, A14 e A13 sobre a atividade 1 do Bloco I 62
Figura 7 - Respostas equivocadas para a atividade 1 do Bloco I 63
Figura 8 – Resposta da aluna especial sobre a atividade 1 do Bloco I.....65
Figura 9 – Atividade 2 do Bloco 1 66
Figura 10 – Respostas dos alunos A04 e A05 sobre a Atividade 2 do bloco I.....67
Figura 11 – Resposta do aluno A06 sobre a Atividade 2 Bloco I 68
Figura 12 – Tarefa1 da Atividade 3 do Bloco I.....69
Figura 13 – Respostas dos alunos: A16, A07 e A08 sobre a Atividade 3 tarefa1 do Bloco I..70
Figura 14 - Respostas dos alunos A09 e A15 sobre a Atividade 3 tarefa2 do Bloco I.....70
Figura 15 – Respostas dos alunos A11 e A17 sobre a Atividade 3 tarefa3 do Bloco I.....71
Figura 16- Atividade 1 Bloco II 73
Figura 17 – Resposta dos alunos A20 e A10 sobre a Atividade 1 Bloco II 73
Figura 18 – Respostas dos alunos A07 e A01 sobre a tarefa2 da atividade 1 do Bloco II.....74
Figura 19 – Respostas de alunos na Tarefa 3 da atividade 1 do Bloco II.....75
Figura 20 - Tarefa 1 da Atividade 1 Bloco III.....77
Figura 21 – Resposta do aluno A23 sobre a Tarefa 1 da atividade 1 do Bloco III.....78
Figura 22 - Resposta do aluno A18 sobre a Tarefa 1 da atividade 1 do Bloco III 78
Figura 23 – Resposta do aluno A26 sobre a Tarefa 1 da atividade 1 do Bloco III.....79
Figura 24 – Resposta do aluno A27 sobre a Tarefa 1 da atividade 1 do Bloco III.....79
Figura 25 - Tarefa 2 da atividade 1 do Bloco III.....80
Figura 26 - Exemplo de resposta dos alunos A22, A14, A13 e A03 para a tarefa 2 da Atividade 1 do Bloco III.....81

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Exemplos de formação de uma representação identificável. 20
Quadro 2 - Fases da Engenharia Didática 23
Quadro 3 - Registros de trabalhados encontrados 28
Quadro 4 - Pesquisas selecionadas 29
Quadro 5 – Síntese dos trabalhos selecionados na revisão da literatura. 32
Quadro 6 – Contribuições dos trabalhos selecionados 32
Quadro 7 - Métodos de resolução de um sistema de equações 36
Quadro 8 - Blocos de Atividades 41
Quadro 9- Atividade avaliativa após aplicação da sequência didática 56
Quadro 10 – Cronograma de execução da sequência didática 61
Quadro 11 – Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco I - Atividade 1 64
Quadro 12 – Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco I - Atividade 2 68
Quadro 13 - Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco I - Atividade 3 71
Quadro 14 - Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco II - Atividade 1 76
Quadro 15 - Bloco III - Atividade 1 82
Quadro 16 – Desempenho dos alunos na atividade avaliativa por tema 83

SUMÁRIO

1.	**INTRODUÇÃO**	12
2.	**REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO**	19
2.1.	TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	19
2.2.	ENGENHARIA DIDÁTICA COMO METODOLOGIA	22
3.	**ANÁLISES PRELIMINARES**	25
3.1.	ESTUDO DE DOCUMENTOS OFICIAIS	25
3.2.	REVISÃO DA LITERATURA	27
3.3.	SISTEMA DE EQUAÇÕES	33
3.4.	O SISTEMA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU	35
3.5.	MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES	36
3.6.	DIAGNÓSTICO COM DOCENTES	37
3.6.1.	**Sistematização de resultados e análises dos diagnósticos**	37
3.6.2.	**Considerações a respeito dos diagnósticos com docentes**	39
4.	**SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE A PRIORI**	41
4.1.	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	41
4.2.	ANÁLISE A PRIORI DO BLOCO I	49
4.3.	ANÁLISE A PRIORI DO BLOCO II	51
4.4.	ANÁLISE A PRIORI DO BLOCO III	55
4.5.	ATIVIDADE AVALIATIVA	56
5.	**EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE A POSTERIORI**	60
5.1.	EXPERIMENTAÇÃO	60
5.2.	ANÁLISE A POSTERIORI DAS ATIVIDADES DO BLOCO I	61
5.2.1.	**Atividade 1 do Bloco I**	62
5.2.2.	**Atividade 2 do Bloco I**	65
5.2.3.	**Atividade 3 do Bloco I**	68
5.3.	ANÁLISE A POSTERIORI DAS ATIVIDADES DO BLOCO II	72
5.3.1.	**Atividade 1 do Bloco II**	72
5.4.	ANÁLISE A POSTERIORI DAS ATIVIDADES DO BLOCO III	77
5.4.1.	**Tarefa 1 do Bloco III**	77
5.5.	A ATIVIDADE AVALIATIVA	83
6.	**CONSIDERAÇÕES FINAIS**	86

REFERÊNCIAS 91
APÊNDICES 94
ANEXOS 112

1. INTRODUÇÃO

A motivação para o presente estudo surgiu no ano de 2003 quando o pesquisador deste trabalho deu início à sua experiência profissional como docente de matemática, inicialmente na zona rural do estado do Pará. Notou, desde os primeiros encontros com as turmas do interior do estado, a grande dificuldade que os alunos enfrentavam em Matemática (das operações aritmética mais simples até as equações de 1º grau, por exemplo). A partir de 2008, quando começou a lecionar em escolas públicas da capital Belém, qual foi a surpresa ao se deparar com os mesmos problemas enfrentados nas escolas do interior. Acreditava, este pesquisador, que os alunos da capital estariam em um nível escolar melhor em relação aos do interior, ao menos em matemática, mas não estavam. As dificuldades em ensinar matemática passou então a ser uma preocupação constante. Inquietações do tipo: seria possível melhorar a abordagem de temas tão necessários e imprescindíveis para estudos subsequentes? Como instigar os estudantes a participarem das aulas de forma mais efetiva? Foram questionamentos como este que levaram o autor deste trabalho a refletir sobre a importância de buscar uma formação, em nível de pós-graduação, a fim de desenvolver pesquisa capaz de lhe aproximar de estudos preocupados com a questão do processo ensino-aprendizagem e que pudessem trazer inspiração em recursos didáticos, como uma sequência didática, para servir como auxílio ao professor de matemática em sala de aula.

Base Nacional Comum Curricular é o documeto oficial que serve de referência à Educação Básica brasileira. A partir da sua leitura é possível inferir, no que diz respeito à área da Matemática, que se espera que o ensino dessa disciplina possa desenvolver nos estudantes as competências e habilidades para que consigam raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente (Brasil, 2018). Neste sentido, destaca-se a Unidade Temática Álgebra– uma das 5 unidades estruturantes do currículo de Matemática para a educação básica conforme a BNCC - frequentemente percebida, em minha experiência como educador, como a área mais desafiadora da matemática para os alunos. Tal percepção não se restringe à educação básica, mas se estende ao ensino superior e, inclusive, foi observada entre colegas durante o curso de pós-graduação (do qual essa pesquisa é fruto), especialmente nas disciplinas de Tópicos de Matemática I e II quando trataram de conceitos mais abstratos quando comparados com os temas da Teoria da Educação. Muitas pesquisas no âmbito da Ensino de Matemática tem sido desenvolvidas a fim de se encontrar alternativas didáticas de ensino que promovam uma melhoria no processo ensino aprendizagem deste tema, pois o mesmo, como afirma o trabalho de (Silva, 2021, p. 15) “propicia ao estudante o desenvolvimento da capacidade de

fazer o uso da linguagem algébrica, do seu raciocínio algébrico matemático e na resolução de problemas."

Nessa perspectiva, apresenta-se a proposta de investigação que foi desenvolvida no Projeto de Pesquisa intitulado: Uma engenharia didática para o ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas sob a orientação da Professora Dra. Acylena Coelho Costa, ao longo do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, curso ligado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. A proposta em questão espera propor um recurso didático – uma sequência didática, respaldada pelas lentes da Teoria dos Registros de Representação Semiótica – que possa vir a contribuir para o processo de ensino aprendizagem do objeto matemático citado junto aos alunos de uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental em uma escola da Rede Pública (municipal) de Ensino da cidade de Belém, município do estado de Pará.

Dentre os vários desafios relacionados ao ensino de Matemática para o Ensino Fundamental, destaca-se o ensino e a aprendizagem de Sistema de equações polinomiais de primeiro grau com duas incógnitas[1], objeto matemático que é ministrado em turmas do 8º ano do Ensino Fundamental. Entre os desafios é possível citar, por exemplo, o de propor um ambiente de sala de aula que favoreça mais a participação do aluno; outro exemplo seria como planejar aulas que não fiquem apenas na exposição oral, com o quadro cheio de palavras e símbolos matemáticos que os alunos se limitam a transcrever e por último, mas não finalmente, como criar um ambiente de sala de aula no qual haja por parte do aluno mais engajamento para seu próprio desenvolvimeto cognitivo.

Compreende-se que o ensino de Sistema de equações, focado apenas em aulas exclusivamente marcadas pela exposição oral, desprovidas de qualquer tentativa de proposição de situações-problema o mais próximo possível do contexto da realidade dos alunos também não contribui para um ambiente de sala de aula que motive os alunos a participarem, a envolverem-se no processo de construção do seu saber. Neste sentido, observa-se que vários trabalhos acadêmicos têm sido escritos tendo em vista investigar soluções para os desafios encontrados por docentes tanto no processo de ensino quanto de aprendizagem de conteúdo de sistema de equações, proporcionando uma conexão entre as pesquisas e o trabalho docente em

[1] A partir de agora, em todo o texto desta pesquisa, ao usarmos o termo sistema de equações, estaremos nos referindo ao termo Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, salvo menção em contrário.

sala de aula. Como exemplo, a fim de se justificar a importância dos estudos de sistema de equações, pode-se citar:

> certamente o problema mais relevante em matemática é solucionar um sistema de equações lineares, uma vez que mais de 75% de todos os problemas matemáticos encontrados em aplicações científicas e industriais implicam na resolução de um sistema linear em alguma etapa. (Leon, 1999 apud Silva, 2021, p. 24).

Entre os recursos utilizados por pesquisadores como alternativas de abordagem de sistema de equações estão as que se utilizam de sequências didáticas na qual são apresentados gradativamente uma sequência de atividades matemáticas com conteúdos relacionados ao tema principal até que se chegue finalmente a alcançar a compreensão do todo. Sempre buscando conduzir o aluno por meio de diálogos a encontrar seu modo de agir em direção a um pensamento reflexivo sobre o que escreve e sobre o que lhe é pedido, contribuindo assim para o desenvolvimeto do seu pensar criticamente, e não apenas de um mero expectador em sala de aula. Essa forma de abordagem pode estabelecer um ambiente favorável para a implementação de um processo de ensino-aprendizagem que vai na direção contrária as práticas de ensino que fazem uso quase que exclusivo da abordagem expositiva que pouco estimula ou convida o aluno a envolver-se no processo de aprendizagem.

Assim, acredita-se que a inclusão de práticas de ensino que favoreçam a participação mais efetiva dos alunos possa contribuir para o engajamento destes nos conteúdos propostos, e assim tenham um aprendizado sobre sistema de equações mais efetivo.

O objeto de conhecimento, sistema de equações, está incluso na Unidade Temática Álgebra da base nacional comum curricular (BNCC) que almeja o desenvolvimento de certas habilidades, entre as quais: “EF08MA08 - Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistema de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso” (Brasil, 2018).

O ensino da álgebra, tanto na educação básica como superior, é um desafio para professores de Matemática. Tem-se percebido, tanto na condição de aluno da pós-graduação, como na de professor do ensino fundamental, que os alunos, seja qual for o nível, educação básica ou ensino superior (da área de exatas) e mesmo em cursos de formação para professores, existe entraves por parte dos alunos em lidar com expressões algébricas literais. Além disso,

> As dificuldades dos alunos remetem para a tradução de situações dadas em linguagem natural para a linguagem algébrica (equações). Tal advém da falta de compreensão dos enunciados e do estabelecimento incorreto de relações entre as duas linguagens. Consequentemente, a resolução de problemas, formulados em linguagem natural, deve ser incentivada nos alunos para que lhes seja possível desenvolver essa mesma capacidade (Silva, 2012, p. 1).

Tais dificuldades podem estar relacionadas a uma não compreensão nos diferentes tipos de registros - numéricos, geométricos, figurais etc. - que certos objetos matemáticos demandam. A falta de uma fundamentação conceitual, de uma discussão acerca das ideias fundamentais que justifiquem certas notações, que facilitem a compreensão de certas situações-problema, também podem ser elencadas como possíveis entraves no aprendizado desse objeto do conhecimento.

Dessa forma, levando-se em conta: as possíveis dificuldades dos alunos, acima apontadas; o desenvolvimento de habilidades almejadas pela BNCC; a importância do estudo de sistema de equações por ser um tópico fundamental na educação básica e no ensino superior; o desenvolvimento do pensamento algébrico que o estudo do tema favorece etc. e assim contribuir, de forma efetiva com o processo ensino e a aprendizagem do tema, esta pesquisa se justifica. Diante disso, apresenta-se a seguinte questão de pesquisa, bem como os objetivos geral e específicos a serem desenvolvidos com o presente estudo:

Questão de pesquisa: Como uma sequência didática com vistas à compreensão de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, pode contribuir para a aprendizagem de alunos do ensino fundamental?

Na intenção de responder a esta questão norteadora, apresenta-se como *objetivo geral:* analisar as potencialidades da aplicação de uma Sequência Didática sobre o objeto matemático Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas para uma turma do 8º ano do ensino fundamental. Para alcançar o objetivo geral estabelecido, delineamos os *seguintes objetivos específicos:*

a) Levantar dados sobre o conhecimento de docentes da educação básica acerca das metodologias de ensino usadas pela maioria dos professores no que se refere ao ensino de Sistema de equações polinomiais de 1º Grau com duas incógnitas;
b) Fazer levantamento bibliográfico referente ao ensino da álgebra, com ênfase em Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, em artigos, dissertações e teses para investigar o processo de ensino e aprendizagem;
c) Identificar as dificuldades de discentes participantes da pesquisa, por meio da aplicação de atividade diagnóstica;
d) Elaborar uma sequência didática envolvendo Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas;
e) Analisar os resultados obtidos a partir da aplicação da sequência didática, com vistas a buscar indícios de aprendizagem.

Assim, propõem-se, a partir dos resultados provenientes desta pesquisa, desenvolver um **Produto Educacional** com a finalidade de oferecer, aos professores de Matemática do ensino fundamental, um recurso didático que possa servir de auxílio no processo de ensino-aprendizagem de sistema de equações.

Diante da proposta de investigação levantada, com a intenção de responder às inquietações apontadas e alcançar os objetivos esperados, esta pesquisa ampara-se nos pressupostos teóricos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (cujo principal objetivo é compreender como ocorre o processo de ensino e aprendizagem na Matemática) e na Engenharia Didática (Artigue, 1995) como metodologia de pesquisa a qual apresenta uma característica fundamental que diz respeito ao fato de ser um esquema experimental que está baseado nas realizações didáticas que ocorrem em sala de aula e que é estruturada essencialmente em quatro fases, a saber: Análise preliminar, Concepção e análise a priori, Experimentação, Análise a posteriori e validação.

Assim, este trabalho está estruturado em seis capítulos. No Capítulo 1 – **Introdução** – foi apresentada a escolha do tema e a justificativa para o desenvolvimento da pesquisa, a problemática e os objetivos que se esperam alcançar após concluída a inverstigaçaõ, bem como a organização do trabalho.

No Capítulo 2 – **Referencial Teórico e Metodológico** – são apresentados alguns elementos teóricos e metodológicos que amparam a pesquisa, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a Engenharia Didática.

O capítulo 3 – **Análises Preliminares** – descreve a fase inicial da engeharia didática na qual é apresentado o estudo de documentos oficiais, como BNCC e os Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática; os resultados da revisão da literatura, onde buscou-se estudos relacionados com a proposta da pesquisa segundo alguns critérios, como abordagem via sequência didática com uso da teoria de Duval. Ainda nesta fase, apresenta-se o objeto matemático propriamente dito no qual é abordado os dois métodos de resolução de um sistema de equações, segundo a abordagens de alguns livros didáticos como (Dante, 2018). Complementando a fase de Análises Preliminares, é apresentado o diagnóstico com docentes de matemática do 8º ano do ensino fundamental no qual os docentes responderam a um questionário tratando, entre outros, das dificuldades enfretadas por eles e por seus alunos diante do objeto sistema de equações.

O Capítulo 4 – **Sequência Didática e análise a priori** – trata da apresentação da sequência didática segundo as palavras de (Zabala, 1998), bem como das análises a priori de cada um dos 3 blocos de atividades que constituem a sequência didática fruto desta pesquisa.

No Capítulo 5 – **Experimentação e análise a posteriori** – é descrito a 3ª fase da engenharia didática: a experimentação. São mostrados, para cada bloco de atividade, as produções dos sujeitos da pesquisa no decorrer da aplicação da sequência didática as quais foram acompanhadas de uma discussão entre o que se esperava e o que se obteve nesta fase, a fim de se verificar a necessidade de possíveis modificações na proposta ensino e aprendizagem. Além disso, foi realizado ainda nesta fase a última atividade da sequência didática, a saber a atividade avaliativa.

Por fim, no Capítulo 6 – **Considerações finais** – foram feitas as considerações últimas do trabalho que sintetizaram o estudo, com o apontamento dos princiapais resultados, a pauta dos objetivos propostos alcançados além de perspectivas para futuras pesquisas. São elementos complementares a esta pesquisa as **Referências** os **Apêndices** e **Anexos**.

2. REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO

Apresenta-se neste capítulo o referencial teórico e metodológico adotado no presente estudo que serão fundamentais para a elaboração e execução da sequência didática que se pretende desenvolver. O referencial teórico está baseado nos estudos de Raymond Duval no que diz respeito a Teoria dos Registros de Representação Semiótica que dará a fundamentação teórica à análise dos resultados da sequência didática a ser aplicada na fase experimental. Já o referencial metodológico se deve aos estudos de Michèle Artigue que norteará a metodologia de aplicação da sequência didática.

2.1. Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Como este estudo propõe a elaboração de uma sequência didática para ser desenvolvida com alunos do ensino fundamental, foi eleita a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRSS) de Raymond Duval como aporte teórico para a elaboração das atividades e realização das análises dos dados obtidos durante a fase experimental.

A seguir são apresentadas as principais ideias a respeito da teoria de Duval, bem como as principais implicações dela, os elementos imprescindíveis para a compreensão de sua escolha para se analisar os efeitos no processo de ensino e aprendizagem da sequência didática a fim de se alcançar os objetivos desta pesquisa.

Em primeiro lugar é interessante explicar o sentido da palavra semiótica. Segundo Queiroz, Ramos e Siple (2011, p. 18, apud Brandl, 2018, p. 21). "[…] Semiótica pode ser compreendida como sendo a ciência de todas as linguagens". Souza 2017 fornece exemplos dos vários tipos de representação que se pode encontrar:

> Essas representações semióticas são os gráficos, os diagramas, os esquemas, as figuras geométricas, os variados tipos de escritura para os números, escrituras algébricas, para expressar relações e operações, entre outros que servem para objetivar o entendimento que o sujeito tem do texto, bem como meios para decisões de avaliação que possa tomar, dessa forma, a passagem do texto para compreender o discurso ou análise não pode "ser trancada no mesmo registro de representação" (Duval, 1995, p.352 Apud Souza 2017, p. 37)

Segundo Brandl (2018), foi a partir da análise dos estudos de três pensadores, de diferentes áreas, como Saussure (Linguística), Peirce (Lógica) e Frege (Matemática) que se estabeleceram os fundamentos da Semiótica e foi analisando uma a uma, notando certas semelhanças e o que faltava em cada uma delas que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica foi elaborada, tendo como principal objetivo, compreender como ocorre o processo de ensino e aprendizagem na Matemática. A partir destas constatações Duval elaborou a Teoria de Registros de Representação Semiótica em 1995.

De acordo com Brandl (2018), Duval aponta que muitas pesquisas voltadas a investigação das dificuldades no ensino e na aprendizagem da matemática desconsideram a complexidade específica dessa área de saber se comparada com os outros campos de saberes e devido a isso ele propõe a (TRRS) como uma abordagem cognitiva.

Dois conceitos são fundamentais no estudo da Teoria de Duval, ou seja, os conceitos de semiose e noesis. Semiose se refere a apreensão ou produção de uma representação semiótica [de um objeto, por exemplo], já noesis diz respeito a apreensão conceitual desse objeto. (Duval, 2012)

A partir das visões do teórico supramencionado compreende-se que para que um sistema semiótico seja um registro deve permitir a realização de três atividade cognitivas: formação, tratamento e conversão.

a) "A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado" (Duval, 2012, p. 271). O Quadro 1 exemplifica a formação de uma representação identificável. Assim, como indica Duval (2012) pode-se comparar uma representação com a realização de uma tarefa de descrição.

Quadro 1 – Exemplos de formação de uma representação identificável.

A formação de uma representação identificável	
Enunciado de um problema, em língua materna portuguesa, sobre sistema de equação polinomial de 1º grau.	A soma de dois números naturais resulta em 12. Se a diferença entre eles é 8, determine esses números.
Representação, em linguagem algébrica, do problema.	Representando-se os números por x e y e supondo $x > y$, tem-se: $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 8 \end{cases}$

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

b) "O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada" (Duval, 2012, p. 272). Um exemplo do referido tratamento de uma representação se dá nas operações que se realizam nas equações de 1º grau objetivando a simplificação das expressões algébricas que as representam. Outro exemplo similar ocorre nas resoluções de sistemas de equações polinomiais de 1º grau. Nota-se, em ambos os casos, a transformação das respectivas representações iniciais, tendo nos cálculos das manipulações algébricas adequadas, a ferramenta básica para o tratamento das expressões simbólicas iniciais.

c) A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial (Duval, 2012). Para exemplificar, considere o enunciado de uma situação-problema, em língua materna, sobre sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas: "Num estacionamento há carros e motos, totalizando 116 veículos. O número de carros é o triplo do número de motos. Quantos carros há no estacionamento?", ou seja, a situação problema proposta em língua materna, para ser solucionada, precisa passar por uma conversão de um registro (a língua materna) em um novo registro de representação, como o registro algébrico.

Ainda segundo Duval (2012), os registros semióticos são fundamentais no campo da Matemática uma vez que seus objetos não podem ser acessados de forma direta pois eles são abstratos e dessa forma só podem ser alcançados via suas representações. Isto está relacionado com a complexidade específica da Matemática que foi falada anteriormente, pois, conforme pode-se observar nos estudos da Biologia, por exemplo, cujos objetos de conhecimentos são visíveis e tangíveis.

Disso decorre o paradoxo cognitivo estabelecido pelo estudioso, segundo o qual "como não confundir o objeto matemática com a sua representação?". Por exemplo, o registro algébrico de um sistema de equações não é o conceito deste objeto, mas sim uma das suas representações para alcançar este conceito. Ainda segundo Duval (2012), a compreensão de um objeto só será efetuada quando houver a coordenação de ao menos dois registros de representação para o mesmo objeto, pois cada registro de representação é parcial em relação a ideia conceitual do que se pretende estudar.

Então, quando um sistema cognitivo possibilita as atividades de Formação, Tratamento e Conversão, segundo Duval (2012), tem-se diante de si um registro de representação semiótica o qual apresenta três fenômenos correlacionados: diversificação e registros de representação semiótica, diferenciação entre forma e conteúdo e coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica.

Assim, como o objeto de estudo sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, exige o uso das representações semióticas para a sua obtenção conceitual, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval se faz importante na presente pesquisa para a análise do aprendizado dos alunos.

2.2. Engenharia Didática como Metodologia

A presente pesquisa possui uma abordagem qualitativa, de natureza experimental, na qual se consideram os pressupostos teóricos da Engenharia Didática de Michèle Artigue. Nesse sentido, para atender os objetivos desse estudo, foi elaborada uma sequência didática envolvendo o conteúdo sobre sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas

O início dessa teoria, segundo Almouloud (2012, p. 23), emergiu dos estudos da Didática da Matemática, devido aos trabalhos de Yves Chevallard e Guy Brousseau, em 1982, e depois, em 1989, por Michèle Artigue. Segundo esta pesquisadora,

> o termo "engenharia didática" foi concebido para o trabalho didático comparável ao trabalho de um engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos de sua área, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar objetos bem mais complexos do que os objetos depurados da ciência (Artigue, 1988 apud Almouloud, 2012, p. 26).

Uma característica fundamental da Engenharia Didática, enquanto metodologia de pesquisa, diz respeito ao fato de ser um esquema experimental que está baseado nas realizações didáticas que ocorrem em sala de aula, isto é, "sobre concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino, permitindo uma validação interna a partir da confrontação das análises a priori e a posteriori" (Almouloud, 2012, p. 26).

Conforme assinala Artigue, qualquer pesquisa científica que tenha como embasamento teórico os princípios da Engenharia Didática, deve perpassar, necessariamente, pelas quatro fases: Análises preliminares; Concepção e análise a priori das situações didáticas; Experimentação e Análise aposteriori e validação, conforme descrito sucintamente no Quadro 2.

A fase da análise preliminar desta pesquisa cujo objeto de ensino é "Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas" tratou das considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluiu também a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual situar-se-á a efetiva realização da sequência didática. Assim, na realização de desse estudo foram consultados documentos curriculares oficiais, pesquisas em artigos e dissertações, além da realização de diagnósticos com docentes e o estudo do objeto matemático tema desse trabalho a partir do livro didático, no intuito de refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem do nosso objeto e desse modo construir os elementos para a elaboração da sequência didática que será executada na fase experimental.

Quadro 2 - Fases da Engenharia Didática

Análises preliminares	Considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluem a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática.
Concepção e análise a priori das situações didáticas	O pesquisador, orientado pelas análises preliminares, delimita certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre os quais o ensino pode atuar, chamadas de variáveis de comando (microdidáticas ou macrodidáticas). Na análise a priori devem ser levados em consideração os seguintes pontos: Descrever as escolhas feitas no nível local (relacionando-as eventualmente com as seleções globais) e as características da situação adidática desenvolvida; Analisar o que poderia estar em jogo nesta situação para o aluno, em função das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação que o aluno terá durante a experimentação. Prever campos de comportamentos possíveis e tentar demonstrar como a análise permite controlar seus significados e assegurar, particularmente, que se tais comportamentos esperados ocorreram, é por consequência do desenvolvimento visado pela aprendizagem.
Experimentação	Consiste na aplicação da sequência didática, tendo como pressupostos apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação.
Análise posteriori e validação	A análise a posteriori consiste em uma análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como por exemplo, produção dos alunos, registros de observadores e registro em vídeo. Nessa análise, se faz necessário sua confrontação com a análise a priori para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação.

Fonte: Adaptado de Almouloud (2012, p. 26-27)

Concluída a fase preliminar, deu-se início à fase das Análises Prévias, na qual foi feita a construção da sequência didática que levou em consideração os elementos da fase anterior, pois já havia informações necessárias para planejar as atividades de ensino levando em consideração as dificuldades analisadas no aprendizado de Sistema de equações polinomiais de 1º grau. De posse da sequência didática, restava sua aplicação em sala de aula, ou seja, é a fase de experimentação. Em seguida, na quarta fase - Análise a posteriori e validação – procedeu-se com a verificação dos conhecimentos adquiridos pelos sujeitos investigados levando em consideração os Registros de Representação Semiótica de Duval.

A observação de que na fase experimental se deveria, necessariamente, registrar as observações feitas na aplicação da sequência didática, observações estas que contariam, entre outros elementos, com os registros escritos, nas mais diversas formas (numérica, figural, algébrica entre outras) pelos alunos, foi um indicativo de que a escolha do referencial teórico – a Teoria dos Registros de Representação Semiótica –foi uma escolha apropriada, pois

conforme Duval (2012) para que haja apreensão de certo conceito é preciso que se consiga apreender ao menos dois registros de representação.

A seguir, no capítulo 3, serão apresentadas as análises dos estudos feitos a partir da consulta aos documentos oficiais que tratam, entre outros, sobre o ensino do objeto de conhecimento tema dessa pesquisa.

3. ANÁLISES PRELIMINARES

Neste capítulo apresentam-se as análises dos estudos feitos nos PCN-Matemática e BNCC. Além desses documentos oficiais também foram consultados artigos e dissertações de mestrados sobre sistema de equações. Também se apresentam duas pesquisas com professores de matemática do ensino fundamental a fim de se ter uma noção geral de como o objeto matemático em questão está sendo abordado nas escolas, além, de uma breve apresentação a respeito do assunto sistema de equações.

3.1. Estudo de documentos oficiais

Esta pesquisa levou em consideração os apontamentos feitos tanto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática) quanto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem de sistema de equações que é o objeto de estudo das turmas de 8º ano do Ensino Fundamental, pois tais documentos são as principais referências norteadoras da prática docente e de pesquisas em educação em nível nacional. Importante ressaltar que no PCN-03(Matemática) os 3º e 4º ciclos, na época, se referiam às 5ª e 6ª séries do 1º grau e 7ª e 8ª séries do 1º grau, respectivamente. Os conteúdos de matemática eram organizados para os 3º e 4º ciclos da seguinte maneira:

a) Conceitos e procedimentos;
b) Números e operações (álgebra);
c) Espaço e forma;
d) Grandezas e medidas;
e) Tratamento da informação;
f) Atitudes.

E é justamente dentro do item a (números e operações) que o objeto matemático, fruto dessa pesquisa, encontra-se inserido.

A Matemática tem uma linguagem própria, e o não reconhecimento dessa particularidade, a falta de conhecimentos mínimos dessa linguagem, a crescente resistência dos alunos em compreender a forma de comunicação nessa disciplina são alguns dos responsáveis pelo analfabetismo funcional em Matemática. Não por acaso, os PCN-Matemática – indicam, entre vários objetivos do Ensino Fundamental, que os alunos sejam capazes de utilizar as diferentes linguagens-verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação; (Brasil, 1998 p. 7)

Uma das características mais marcantes da Matemática é a linguagem algébrica, presente em vários objetos de estudo dessa ciência como os sistemas de equações. Os conteúdos matemáticos nos PCN estão organizados nos seguintes blocos: Número e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. No bloco número e Operações, no que se refere aos objetivos da Matemática para o 4º ciclo (8º e 9º anos do Ensino Fundamental/9), os PCN, no que tange à sistema de equações com duas incógnitas, indicam que o ensino dessa disciplina deve visar o desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: produzir e interpretar diferentes escritas algébricas expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas; resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos (Brasil, 1998 p. 81).

Sobre os conceitos e procedimentos, previstos nos PCN, espera-se que os alunos consigam fazer a "tradução de situações-problema por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las" (Brasil, 1998 p. 87). Além disso, que resolvam "situações-problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo, inclusive o da representação das equações no plano cartesiano" (Brasil, 1998 p. 88). Desse modo, o documento recomenda que sejam feitas as discussões a respeito do significado das raízes encontradas, confrontando-as com o contexto da situação-problema proposta.

No que se refere aos procedimentos atitudinais, também se espera que os alunos se predisponham a fazer uso dos "conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas em contextos diversos" (Brasil, 1998, p. 91). Tal aspecto mostra-se relevante, sobretudo pela relação direta que estabelece com o que já dissemos linhas atrás referente ao letramento matemático. Não nos parece ser uma tarefa fácil incentivar, motivar, mudar costumes etc., fazê-los sair de um processo de aprendizagem passivo para um mais participativo.

Conforme a BNCC o ensino fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual

da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2018, p. 266).

A BNCC propõe competências e habilidades conforme cada objeto matemático e estes objetos estão inclusos em cinco unidades temáticas assim classificadas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. O objeto de estudo desta pesquisa, sistema de equações, está incluso na unidade temática Álgebra.

O objeto tema dessa pesquisa se utiliza de vários tipos de registros de representação como a língua materna, a linguagem aritmética e a linguagem algébrica, entre outras. Ao observarmos as competências gerais da Matemática para o Ensino Fundamental, conforme a BNCC, destacamos aquela que está relacionada a essa diversidade:

> Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (Brasil, 2018, p. 267).

Além das competências temos, para cada objeto do conhecimento, habilidades específicas que para nosso objeto matemático, Sistema de equações, a BNCC propõe a seguinte: "(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso" (Brasil, 2018, p. 313).

Esta pesquisa pretende tratar do objeto matemático, tema deste trabalho, de forma a atender as indicações feitas pelos documentos oficiais que, entre outras, recomenda que se atente ao letramento matemático, trate os objetos matemáticos de forma contextualizada propiciando um aprendizado menos mecânico por parte dos alunos, na busca por exemplificar sempre que possível as aplicações do objeto em estudo em contextos mais próximos quanto possível da realidade do aluno. Asssim, o uso da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval, mostra-se um recurso útil para essa finalidade uma vez que, segundo Duval, a apreensão conceitual de determinados objetos depende da apropriação de diferentes registros de representação.

3.2. Revisão da literatura

Para fazer o levantamento bibliográfico referente ao ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, foi consultado, o Banco de Teses e Dissertações

da (CAPES)[2], bem como a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações, além de sites de universidades com programas de Pós-Graduação na área do interesse desta pesquisa, com o intuito de buscar por pesquisas já realizadas no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem de sistema de equações.

As palavras-chave de busca que foram usadas no mapeamento e o número de registros de trabalhos encontrados estão descritos no Quadro 3.

Quadro 3 - Registros de trabalhados encontrados

Palavras-chave	Registro
"Sistema de equações"	960
"Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas"	0
"Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas"	0
Sistema de equações do 1º grau" and "Sequências didáticas" and "Registro de representações semióticas"	erro

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Os trabalhos foram selecionados segundo certos critérios relacionados a tema, uso de sequência didática, referencial teórico etc. Para análise das dissertações pesquisadas foram considerados os trabalhos que apontavam tais critérios que se julgaram pertinentes ao desenvolvimento do presente estudo. Estas pesquisas estão no Quadro 4 que as apresenta com destaque ao título, objetivo e autoria. A seguir será feita uma descrição desses trabalhos.

No estudo de Goulart (2014), intitulado "A aprendizagem significativa de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas" a autora investigou, por meio de uma sequência didática constituída de resolução de problemas, o ensino e a aprendizagem de sistemas de equações do 1º grau por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, de uma escola particular aliada aos princípios da aprendizagem significativa, a fim de verificar se tal abordagem poderia contribuir para uma eficaz construção de conhecimento. A pesquisadora adotou como abordagem metodológica a pesquisa qualitativa.

É interessante o relato que a autora faz ao se referir às representações das incógnitas de uma situação-problema apresentada aos alunos. Enquanto para alguns o uso recorrente das letras "x" e "y" para representar as incógnitas é natural, por terem aprendido primeiro a resolver os sistemas já estruturados, pelo menos para um aluno, representar as incógnitas pelas letras iniciais das palavras a elas correspondentes seria menos complicado.

[2] CAPES é a sigla para a fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. O site de busca está disponível em: https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/

A pesquisadora desenvolveu em seu estudo uma sequência de atividades em quatro turmas do 8º ano do Ensino Fundamental, num total de 120 alunos, dos quais apenas 5 de cada turma teriam seus protocolos de registros analisados, segundo um critério estabelecido. Dos 20 alunos selecionados apenas 14 participaram de todas as seções e apenas 16 concluíram a sequência de atividades.

Quadro 4 - Pesquisas selecionadas

Ano	Título	Objetivo	Autoria
2014	A aprendizagem significativa de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas	investigar se o ensino e a aprendizagem de sistemas de equações do 1º grau por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, por meio de resolução de problemas aliada aos princípios da aprendizagem significativa, podem contribuir para uma eficaz construção de conhecimento	Andreza Martins Antunes Goulart
2017	Uma abordagem de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas	auxiliar o professor no ensino de sistema de equações com duas incógnitas do primeiro grau	Milton Roberto Pereira da Silva
2018	Sistema de equações lineares: possibilidades de ensino por meio de uma sequência didática.	pesquisar, desenvolver e experimentar na sala de aula uma sequência didática para o ensino de Sistema de Equações Lineares.	José Augusto Ribeiro da Silva
2018	As contribuições da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval na aprendizagem de sistema lineares no ensino médio.	analisar as contribuições de uma sequência didática elaborada tendo por base a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval na aprendizagem dos sistemas lineares de estudantes do 2º ano do Ensino Médio.	Eduardo Brandl
2020	As relações contratuais e seus efeitos na passagem da Equação do 1º grau para sistemas lineares.	analisar como ocorrem as negociações, rupturas, renegociações e efeitos de contrato, que surgem nas relações didáticas durante a passagem da equação do primeiro grau para os sistemas de equações lineares com duas incógnitas.	Núbia de Oliveira Maciel
2021	Aprendizagem significativa de sistemas de equações de 1º grau: uma sequência didática para alunos do Ensino Fundamental.	analisar, com base na resolução de problemas, uma proposta didática para o conteúdo “Sistemas de Equações de 1º grau” direcionada a alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental.	Rodrigo Junior Rodrigues

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Goulart (2014) elaborou uma sequência didática composta por 8 atividades nas quais continham exercícios em que os alunos deveriam converter o texto de uma situação-problema

em língua materna para a linguagem algébrica e vice-versa, além do procedimento de resolução da mesma e situações-problema abordando os métodos de resolução de sistema de equações de 1º grau como adição e substituição, neste último, por exemplo, as situações já apresentavam uma incógnita isolada. Segundo a pesquisadora, mesmo as situações estarem sugerindo uma resolução pelo método da substituição, os alunos resistiam em aplicar tal método, preferindo o da adição.

Entre as últimas atividades desenvolvidas pelos alunos, por exemplo, consta uma na qual eles deviam converter uma situação-problema, em língua materna, para a linguagem algébrica. Dos 16 protocolos analisados a pesquisadora pôde observar que todos haviam chegado à representação algébrica de forma correta e todos resolveram o sistema pelo método da adição por julgarem ser o método mais fácil. Essas últimas atividades da sequência didática retomavam discussões feitas nos primeiros encontros e que naquele momento os alunos não conseguiram resolver. Outro aspecto mencionado por essa estudiosa se refere ao fato de certos alunos desconhecerem que o registro figural como estratégia resolutiva para uma situação problema pudesse ser aceito. Esse fato ganhou espaço de discussão quando do momento em que a pesquisadora pedia aos alunos que escrevessem no quadro a maneira adotada para resolver as situações-problema.

Goulart (2014) concluiu a partir de sua investigação que o desenvolvimento das atividades lhe permitiu constatar que a sequência de atividades, aliada à metodologia de ensino por resolução de problemas, propiciou o ensino de sistemas de equações e que, "segundo as manifestações da maioria dos alunos, as atividades permitiram a aprendizagem significativa" (Goulart, 2014, p. 111). Além disso, a pesquisadora afirma que a escolha da sequência didática e a forma como foi desenvolvida mostrou-se adequada e eficaz aos objetivos da sua pesquisa.

Outro estudo analisado foi a dissertação de Silva (2017), a qual consistiu a aplicação de uma sequência didática, para alunos do 7º ano com o objetivo de auxiliar a preparação das aulas do professor do Ensino Fundamental, tendo em vista o potencial das extensas aplicações do uso de sistemas de equações. Para a construção da sequência didática o autor levou em consideração os PCN, e usou como estratégia atividades constituídas da localização de par ordenado no plano cartesiano, representação das soluções de uma equação do primeiro grau com duas variáveis no plano cartesiano, software Geogebra de matemática e a resolução de sistemas.

Por meio da observação do diálogo dos alunos o autor constatou as dificuldades dos alunos no que se refere a montagem dos Sistemas de equações o que talvez esteja relacionado à deficiência na interpretação dos enunciados, o que acarreta outro problema, tal como: conseguir fazer a tradução da língua materna (que é um tipo de registro de representação) para

a linguagem algébrica (outro tipo de registro), pois, segundo Duval (1993, apud Moretti 2002, p. 346): “Tendo vários registros de representação é possível haver mudança entre eles e estas mudanças poderão ser mais econômicas e potencializadas.”

O trabalho de Silva (2018) objetivou pesquisar, desenvolver e experimentar em sala de aula uma sequência didática para o ensino de Sistema de Equações Lineares, no ensino médio, baseada, entre outros, na teoria dos registros de representação semiótica de Duval. Conforme o autor, a sequência didática proporcionou a assimilação dos conceitos de sistemas equivalentes e lineares necessárias para a construção das habilidades para resolução de sistemas lineares, a conversão do enunciado que se encontrava na linguagem comum, para a linguagem algébrica; uma das formas usadas pelo autor para avaliar a aprendizagem dos sujeitos da pesquisa foi a análise semiótica de Duval por meio dos registros escritos desses sujeitos.

Por sua vez, Brandl (2018), em sua pesquisa, objetivou analisar as contribuições de uma sequência didática tendo por base a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval na aprendizagem dos sistemas lineares de estudantes do 2º ano do Ensino Médio. Durante a aplicação da sequência didática o autor observou que entre as dificuldades dos alunos constava a falta de domínio nos métodos da substituição e comparação na resolução de um sistema de equações de 1º grau, por não conseguirem fazer a tradução da língua materna para a algébrica, além de não saberem interpretar adequadamente os resultados encontrados para as incógnitas. De acordo com o autor, sua pesquisa contribuiu para que os estudantes compreendessem a resolução e a classificação de sistemas lineares e conseguissem interpretar os resultados obtidos em uma abordagem que favoreceu o tratamento, a conversão e a coordenação entre os diferentes registros de representação.

Já a pesquisa de Rodrigues (2021), teve como finalidade analisar, com base na resolução de problemas e aprendizagem significativa, com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico, uma proposta didática para o conteúdo “Sistemas de Equações de 1º grau” com alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. O pesquisador adotou o uso de uma sequência didática composta por atividades constituídas por desafios de problemas cujas resoluções envolviam diversificados registros como: figural, aritmético e algébrico, de maneira gradual até se chegar ao conceito de sistema de equações. Segundo autor, a proposta didática desenvolvida propiciou aos alunos, em sua maioria, o avanço no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Os trabalhos mencionados acima foram aqueles cujo tema ou conteúdo estavam relacionados com os termos sequência didática e/ou Teoria dos Registros de Representação Semiótica para o ensino e aprendizagem de Sistemas de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas publicados nos últimos 5 anos. Pela dificuldade para se encontrar tais pesquisas

foi incluso um trabalho de 2014, além disso, como são poucos os trabalhos voltados para o ensino fundamental, foram incluídos trabalhos cujo público são alunos do ensino médio.

Para concluir o estudo a respeito da revisão de literatura acerca dos trabalhados selecionados, apresenta-se Quadro 5 que exibe uma síntese relacionada, entre outras, à metodologia de pesquisa empregada, qual a série dos sujeitos, se houve uso de sequência didática, qual o referencial teórico empregado etc.

Quadro 5 – Síntese dos trabalhos selecionados na revisão da literatura.

Autor/Ano.	Metodologia Pesquisa, usou Engenharia Didática?	Usou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica?	Fez uso de sequência didática?	Quantitativo/ Sujeitos da pesquisa/Escola.
Goulart, 2014	Não. Pesquisa qualitativa.	Não. Aprendizagem signitiva de Ausubel.	Sim.	120 alunos/8º ano/Particular.
Silva, 2017	Não.	Não.	Sim.	Não informado/7ºano/ Pública Municipal.
Silva, 2018	Sim.	Não. Transposição didática de Chevallard	Sim.	26/2º ano médio/Pública Estadual.
Brandl, 2018	Pesquisa qualitativa.	Sim.	Sim.	9/2º ano médio/IFSC.
Maciel, 2020	Pesquisa qualitativa, estudo de caso.	Não. Contrato didático de Guy Brosseau.	Não	1 professora e seus 30 alunos 8º ano/Pública estadual.
Rodrigues, 2021	Pesquisa qualitativa.	Não. Aprendizagem signitiva de Ausubel.	Sim.	24/8ºano/Pública estadual.

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Finalmente, em linhas gerais, é apresentado no Quadro 6 algumas das principais contribuições que a análise sobre a revisão da literatura trouxe à presente pesquisa.

Quadro 6 – Contribuições dos trabalhos selecionados

Autor	Contribuição
Goulart, 2014	Como o presente trabalho aborda o sistema de equações a partir de uma sequência didática, o trabalho de (Goulart, 2014) contribui no sentido de motivar a inclusão de atividades de conversão entre os registros em lingua materna e os registros em linguagem algébrica.
Silva, 2017	Assim como (Maciel, 2021), o autor também mostrou preocupação com a forma como os sujeitos da sua pesquisa

	interpretavam os valores das incógnitas determinadas, o que foi julgado pertinente ao presente estudo.
Silva, 2018	O trabalho deste autor contribui com a presente pesquisa no sentido do uso da teoria Duvalina como elemento para avaliar a aprendizagem dos sujeitos investigados
Brandl, 2018	Embora a pesquisa de (Brandl, 2018) tenha sido empregada a alunos do ensino médio, o estudo deste pesquisador contribuiu com o presente estudo no sentido de confirmar a acertividade da escolha do uso da teoria dos registros de representação semiótica por ter sido pertinente aquele pesquisador no que tange ao favorecimento da compreensão, por parte dos sujeitos daquela pesquisa, entre outros, à resolução de sistemas lineares, além da interpretação analítica aos valores encontrados para as incógnitas dos sistemas dentro da abordagem da TRRS.
Maciel, 2021	Entre outros, esta pesquisa motivou a reflexão a respeito das escolhas das incógnitas adotas para o registro algébrico nas atividades propostas e incentivou que no presente estudo se fossem discutido com os sujeitos da pesquisa o sentido do uso de certas letras e a posterior análise dos resultados obtidos para elas.
Rodrigues, 2021	A contribuição deste trabalho está relacionada à motivação do uso diversificado, na sequência didática da presente pesquisa, de deferentes registros de representação, como os registros em lingua natural, o figural e o algébrico.

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

3.3. Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas

O tema dessa pesquisa está relacionado com o objeto do conhecimento sistema de equações polinomiais de primeiro grau com duas incógnitas, conteúdo dos anos finais do Ensino Fundamental (EF).

A compreensão do uso de representações algébricas, figurais, gráficas, entre outras, além da língua materna, são determinantes para que alunos do 8º do EF compreendam os métodos de resolução e de análise de um sistema de equações. As seguintes situações-problema ilustram a necessidade do uso de estratégias adequadas para análise e posterior resolução desses problemas.

Para enfatizar a relevância do objeto matemático Sistema de equações polinomias de 1º grau com duas incógnitas, é importante apresentar neste trabalho explicações breves sobre tópicos fundamentais do assunto. As explicações sobre o conteúdo são provenientes de livros didáticos de autores como Dante (2019) e Giovanni, Castrucci e Giovanni Junior (1998)

Os tópicos referentes ao objeto matemático tema deste estudo serão abordados a partir das seguintes situações-problema:

a) Situação-problema 1: Dois irmãos, João e Dori, tem como soma das suas idades, 92 anos. Se a diferença entre as idades dos dois irmãos é 8 anos, então, qual é a idade de cada um deles (Considere que João nasceu primeiro que Dori.)
b) Situação-problema 2: Em um estacionamento há 17 veículos, entre carros e motocicletas, num total de 58 rodas. Quantos carros e quantas motocicletas há neste estacionamento?
c) Situação-problema 3: Uma tábua tem 160 cm de comprimento deve ser cortada em dois pedaços de forma que o comprimento do maior seja igual ao triplo do comprimento do menor.

Entre as três situações apresentadas, foi escolhida para análise, a segunda, por se tratar de uma situação mais geral, no sentido em que não há relação de dependência entre as incógnitas (como ocorre na situação 3) e nem há sinais contrários ("+" ou "-") entre elas (como ocorre na situação 1).

A primeira informação da situação-problema 2 diz que "Em um estacionamento há 17 veículos, entre carros e motocicletas". Se a incógnita que se refere ao número de carros for representada pela letra c e a que se refere ao número de motocicletas por m, é possível escrever traduzir a informação, em lingua natural, para o registro algébrico de acordo com a Eq. 1. Assim, pode-se observar que não é possível determinar, exatamente, a quantidade de cada veículo apenas com essa informação.

$$c+m=17 \qquad \text{Eq. 1}$$

A segunda informação diz que: "em um total de 58 rodas". Se for considerado que cada carro tem quatro rodas, então $\boldsymbol{c}$ carros terão $4c$ rodas. Com o mesmo raciocínio, se cada motocicleta tem duas rodas, então m motocicletas terão $2m$ rodas. Como o total de rodas é igual a 58, $4c$ rodas de carros e $2m$ rodas de motocicletas, conforme mostrado na Eq. 2. Do mesmo modo, apenas com essa informação, não se pode afirmar com precisão a quantidade de cada veículo.

$$4c+2m=58 \qquad \text{Eq. 2}$$

Uma alternativa de resolução é agrupar a Eq. 1 e a Eq. 2 para se obter um sistema de equações, conforme descrito pelo Sistema 1.

$$\begin{cases} c+m=17 \\ 4c+2m=58 \end{cases} \qquad \text{Sistema 1}$$

A organização das informações das situações-problema que se puderem realizar do modo feito anteriormente é o que se chama de sistema de equações polinomiais de 1º grau com

duas incógnitas. Isto é, um conjunto assim formado por duas equações polinomiais de 1º grau, com duas incógnitas, é o que se chama de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas.

Como saber se tal sistema tem solução, antes de se aplicar os métodos resolutivos? E quais são os métodos que os alunos do 8º ano do ensino fundamental precisam dominar para resolver situações-problema que recaiam nesses tipos de sistema? Qual a importância do conhecimento desse objeto matemático para estudos posteriores no ensino médio onde, por exemplo, os alunos estudarão sistemas lineares de ordem maior do que 2? Como as hipóteses levantadas por Raymond Duval, na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, pode auxiliar os alunos do 8º ano do EF no processo de ensino aprendizagem desse assunto é o que se procura mostrar no presente estudo.

3.4. O sistema de equações polinomiais de 1º grau

Tendo em vista as situações-problema 1, 2 e 3, acima apresentadas, além da discussão que as seguiu, apresenta-se a definição do que vem a ser um sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas.

Assim, um sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas nada mais é do que um conjunto formado por duas equações de 1º grau, cada uma delas com duas incógnitas. Uma representação geral é o que mostra o Sistema 2

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$ Sistema 2

Em que *x* e *y* foram as letras que se elegeram para representar as incógnitas da situação-problema. As letras “a”, “b”, “c”, “d”, “e”, “f” chamam-se de parâmetros ou coeficientes que representam as outras informações numéricas presentes nas situações-problema. Por exemplo, comparando os Sistemas 1 e 2 que foi montado na situação problema 2, nota-se que os coeficientes “a”, “b”, “c”, “d”, “e”, “f” assumem os seguintes valores: $a = 1$; $b = 1$; $c = 17$; $d = 4$; $e = 2$; $f = 58$.

Importante ressaltar que esses coeficientes numéricos são determinados a partir da leitura das informações, em língua materna, constantes no enunciado das situações-problema. A compreensão textual, o raciocínio, isto é, a reflexão sobre os dados do problema, é imprescindível para uma boa representação desses coeficientes. O aluno do 8º ano do EF precisa ter um bom embasamento quanto ao estudo de equação de 1º grau, principalmente nas situações em que ele precisa fazer a tradução das informações dos problemas, em língua materna, para a linguagem algébrica.

Resolver um sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas significa determinar os valores dessas incógnitas que satisfaçam o sistema, ou seja, que verifiquem as igualdades presentes nas equações que os compõem. De outra forma: na situação-problema 2, acima apresentada, por exemplo, resolver o sistema de equações significa determinar o valor de *c* e *m* que substituídos nas duas equações tornam as igualdades verdadeiras.

Esta pesquisa abordará os seguintes métodos de resolução de um sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas: O método da adição e o método da substituição.

3.5. Métodos de resolução de um sistema de equações

Vencida a fase do reconhecimento de um sistema de equações, deve-se saber qual a técnica mais adequada para a sua efetiva resolução. Existem basicamente três técnicas de resolução, o método da adição, o método da substituição e o método da comparação. Deu-se preferência por se abordar apenas os dois primeiros métodos por se julgá-los mais práticos para a determinação das incógnitas do sistema.

Quadro 7 - Métodos de resolução de um sistema de equações

<table>
<tr><td colspan="2">Vamos resolver o sistema
$\begin{cases} c+m=17 & \text{Eq. 1} \\ 4c+2m=58 & \text{Eq. 2} \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>Método da adição</td><td>Método da substituição</td></tr>
<tr><td>Inicialmente indica-se cada equação por um número.
Multiplica-se a Eq. 1 por -2. E se conserva a Eq. 2 para se obter o sistema
$\begin{cases} -2c-2m=-34 & \text{Eq. 3} \\ 4c+2m=58 & \text{Eq. 2} \end{cases}$
Agora somam-se membro a membro as equações Eq. 1e Eq. 2:
$-2c-2m+4m+2m=-34+58$
E após o agrupamento e simplificação obtém-se
$2c=24$
Logo, $c=12$, isto é, há 12 carros. Como são 17 veículos, então o número de motos é igual a 5.</td><td>O método consiste em isolar uma das incógnitas numa das equações e então substituí-la na outra equação, reduzindo-se assim, as duas equações com duas incógnitas em apenas uma equação com uma incógnita. Veja:
Na equação Eq. 1, isola-se a incógnita “c”
$c=17-m$
Agora, na equação Eq. 2, substitui-se “c” por $17-m$, isto é,
$4(17-m)+2m=58$
Aplicando a distributividade da multiplicação em relação à subtração e simplificando-se, obtém-se
$68-4m+2m=58 \Rightarrow -2m=-10$,
Ou seja, $m=5$. Finalmente substituindo-se $m=5$ na equação $c=17-m$ obtém-se $c=12$</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

A escolha da apresentação dos métodos de resolução de um sistema de equações em duas colunas foi adotada porque mostra, de forma sucinta, o passo a passo do desenvolvimento de cada um dos métodos.

Em linhas gerais o método da adição se resume à escolha da incógnita que se pretende eliminar. Escolhida essa incógnita, ajustam-se seus coeficientes de tal forma que fiquem simétricos e então somam-se as duas equações do sistema, por isso o método leva o nome de método da adição. Já o método da substituição se resume no isolamento de uma incógnita numa das equações e a posterior substituição dessa incógnita na outra equação. Qualquer um dos dois métodos apresentados é suficiente para a determinação das incógnitas nas situações-problema apresentadas e nas que surgirão ao longo desta pesquisa. A escolha desses dois métodos se deve ao fato de o pesquisador julgá-los mais interessantes didaticamente para o ensino.

3.6. Diagnóstico com Docentes

Para obter informações sobre o ensino e aprendizagem de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, foram realizados dois diagnósticos com professores de matemática da educação básica, o primeiro foi realizado em maio de 2021, já o segundo diagnóstico, também de forma virtual, foi realizado em janeiro de 2023 com o professor titular da turma na qual foi aplicada a Sequência Didática. O termo "ambos os professores" que será usado nesta seção, servirá para se referir à amostra dos 21 professores de matemática da rede pública paraense que foram entrevistados juntamente com o professor da turma onde a sequência didática foi aplicada.

Os diagnósticos envolveram 22 professores de Matemática da rede pública paraense que procurou responder à seguinte questão: "Como professores de Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental II estão ensinando sistema de equações polinomiais de 1º grau?"

Para a produção das informações foi realizada entrevista utilizando um questionário elaborado no Google Forms. Todos os professores foram devidamente orientados quanto à pesquisa que estávamos realizando e tiveram acesso ao Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que entre outros pontos lhes informava sobre os objetivos da pesquisa.

Importante destacar que à época em que a pesquisa com os docentes foi realizada, o mundo todo vivia a pandemia de Covid-19, a qual impôs a todos um isolamento social em que para se realizar pesquisas acadêmicas, por exemplo, teve-se que se recorrer a ferramentas digitais.

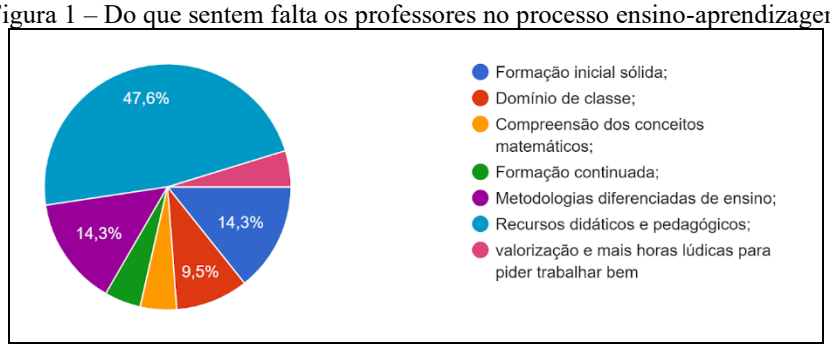
3.6.1. Sistematização de resultados e análises dos diagnósticos

Os dados foram apresentados abordando duas categorias: metodologia de ensino que adotavam e a maneira como avaliavam. Quanto à metodologia de ensino dos professores os dados de campo revelaram que a maioria dos professores começam suas aulas a partir das definições, seguida de exemplos e exercícios, ou seja, o tradicional modo de ensinar por meio

de exemplos, mostrando como se faz, sem convidar o aluno a ser mais participativo no processo de construção do seu saber.

Foi observado ainda que cerca de 13 professores (aproximadamente 62%), ao serem perguntados sobre o que mais sentem falta quando ensinam matemática responderam que sentem falta de recursos didáticos ou metodológico diferenciados para o ensino de matemática, conforme a Figura 1.

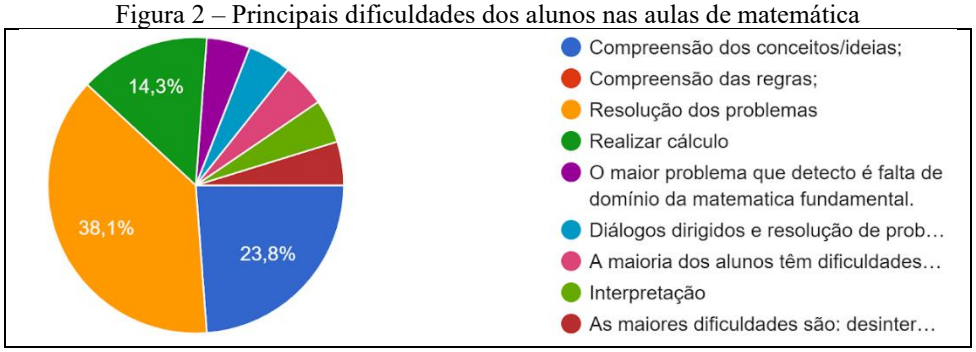
Figura 1 – Do que sentem falta os professores no processo ensino-aprendizagem



Fonte: Pesquisa de campo (2021).

Ainda quanto à metodologia, a pesquisa indicou que cerca de 43% dos professores selecionam o conteúdo de Matemática sobre "Sistema de equações polinomiais de 1º grau" a partir de livros didáticos e outros, por volta de 33%, o fazem a partir da BNCC. Ao serem perguntados sobre se seus alunos gostavam de Matemática, cerca de 16 professores responderam que a minoria dos seus alunos gostava de Matemática.

Figura 2 – Principais dificuldades dos alunos nas aulas de matemática

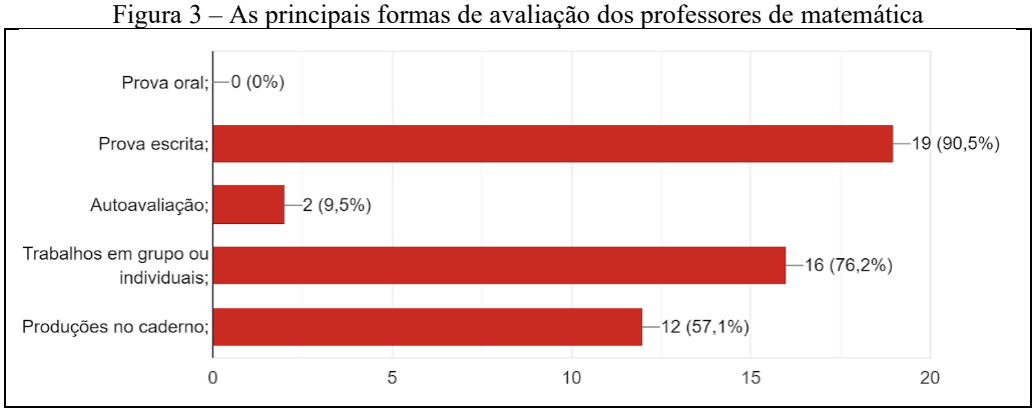


Fonte: Pesquisa de campo (2021).

A Figura 2 é uma das mais importantes desta pesquisa, pois revelou qual era a principal dificuldade dos alunos diante da Matemática: a resolução de problemas. A segunda maior dificuldade dos alunos se referia à compreensão de conceitos/ideias. O que nos leva a Brandl (2018), segundo o qual, "o estudante precisa apropriar-se dos diferentes registros de representação deste objeto matemático para garantir a apreensão conceitual" (Brandl, 2018, p. 44).

Finalmente, quanto à avaliação praticada pelos professores de Matemática do ensino fundamental da rede pública paraense, o que foi possível perceber, a partir da coleta de dados, é que cerca de 90% condicionam a avalição à prova escrita. É o que mostra a Figura 3.

Figura 3 – As principais formas de avaliação dos professores de matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2021).

3.6.2. Considerações a respeito dos diagnósticos com docentes

A partir dos dados obtidos foi possível perceber que há uma dificuldade por parte dos professores quanto à metodologia de ensino desse assunto. Uma dificuldade, segundo os professores, passa pela necessidade de um material com novas metodologias de ensino; mais formação continuada; mais recurso pedagógicos etc.

Quanto às principais dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de sistema de equações polinomiais de 1º grau apresentados por alunos do 8º ano do ensino fundamental a pesquisa revelou que essas dificuldades estão ligadas à resolução de problemas, não compreensão de conceitos/ideias etc.

Da lista de assuntos que se julgou importante para uma compreensão do objeto matemático "Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas" os dados da pesquisa revelam que ambos os professores ministram os conteúdos básicos para o desenvolvimento de sistema de equações. Entre as dificuldades que os alunos enfrentam diante dos assuntos foi possível notar que há dificuldade na apreensão da equação de 1º grau, assunto este considerado um pré-requisito imprescindível para o estudo de sistema de equações.

As informações obtidas dos questionários aplicados a ambos os professores permitem que se conclua que quanto à metodologia de ensino praticada, o modelo tradicional de ensino de matemática, aquele no qual o professor apresenta os conceitos, dá exemplos e aplica exercícios, ainda tem lugar nas salas de aula, o que, talvez, seja o responsável pelo crescente desinteresse dos alunos pela matemática.

No que se refere a principal dificuldade dos alunos, de modo geral, os dados do questionário, apontam para a resolução de problemas. Quanto ao grau de dificuldade dos alunos

diante de conteúdos como por exemplo equações do 1º grau, sistema de equações do 1º grau etc., a resposta é que eles consideram esses conteúdos difíceis. No capítulo a seguir, destacam-se as análises preliminares realizadas nesta investigação.

4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE A PRIORI

Este capítulo apresenta uma proposta de sequência didática para o ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas que foi pensada e organizada a partir das leituras e estudos feitos na revisão da literatura, da análise sobre as sugestões de habilidades apontadas pela BNCC, além do que já indicavam os PCN e também observando os resultados obtidos nos diagnósticos com docentes, por exemplo, no que diz respeito às concepções de alunos e professores sobre o ensino desse objeto matemático. Para cada atividade há um cabeçalho de apresentação, como por exemplo, título da atividade, objetivo e material necessário para realização dela.

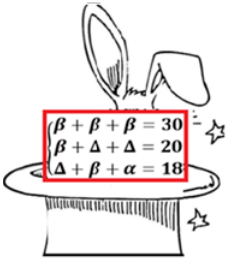
4.1. Sequência didática

Uma sequência didática é, nas palavras de Zabala (1998, p. 18), "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos". Para este autor uma sequência didática deve possuir uma estrutura que contemple três etapas, a saber: o planejamento, a aplicação e a avaliação. A sequência didática que este trabalho apresenta considera cada uma destas etapas.

A sequência didática que esta pesquisa propõe foi concebida e desenvolvida com a seguinte estrutura: Três blocos que vão de 1 até 4 atividades. Algumas dessas atividades contém apenas uma tarefa e outras até três. o Quadro 8 resume a estrutura da sequência de didática fruto desta pesquisa.

Quadro 8 - Blocos de Atividades

Bloco I – sobre equações de 1º grau	**Atividade 1**: *Tarefa única* (sobre balança e a ideia de equilíbrio) **Atividade 2**: *Tarefa única* (sobre a relação entre balança e equação) **Atividade 3**: Linguagem natural x linguagem algébrica *Tarefa 1* – sobre o dobro, o triplo, o quádruplo etc. de um número *Tarefa 2* – sobre metade, terça parte etc. de um número

	Tarefa 3 – tradução de frases em língua natural para a linguagem algébrica
Bloco II – sobre os sistemas propriamente	Atividade 1: *Tarefa1, Tarefa2 e Tarefa3*: sobre desafios lógicos relacionados a sistemas de equações. Exemplo: 
Bloco III – sobre os métodos de resolução de sistemas	**Atividade 1**: interativa, em grupo *Tarefa1*, *Tarefa2*: envolvendo situações-problema acerca de sistema de equações

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Ao final dos três blocos de atividades será apresentada uma atividade avaliativa que aborda desafios lógicos, bem como situações-problema em moldes semelhantes aos discutidos ao longo da sequência didática.

Uma sequência didática organizada com objetivos de aprendizagem bem definidos é fundamental para que os alunos alcancem as habilidades necessárias para uma melhor compreensão não apenas de sistema de equações, mas também de outros assuntos a ele relacionados o que vai a favor de acordo com Cabral (2017) quando afirma que é preciso que o professor seja incansável na promoção de um discurso dialógico que possibilite aos alunos a reconstrução de conceitos, a identificação de propriedades, a percepção de regularidades e o estabelecimento de generalizações, ainda que numa dimensão intuitiva (Cabral, 2017, p. 12).

A sequência didática, fruto da presente pesquisa, foi organizada levando-se em conta a definição de Zabala, além disso, ela foi planejada de tal maneira que pudesse propiciar aos alunos um momento de reflexão, no qual eles seriam levados a abandonar o modelo passivo de

“aprendizagem”, ou seja, o modelo tradicional de ensino segundo o qual o professor apresenta as definições do assunto, dá exemplos e então passa uma lista de exercícios.

Assim, a sequência didática que ora se apresenta foi organizada de forma a propiciar aos alunos experiências de participação ativa e momentos de diálogos, com o professor e com seus colegas de turma, durante a aula, sendo guiados, a partir das atividades selecionadas a um caminho que os permitam descobrir conceitos, regularidades e generalizações que lhes favoreçam o desenvolvimento do pensamento abstrato por si mesmos.

Para cada atividade houve uma apresentação detalhada contendo, por exemplo, título da atividade, objetivo e material necessário para realização dela. Além disso, havia espaço indicado onde os alunos puderam registrar suas ideias e responder aos questionamentos das tarefas.

BLOCO I – EQUAÇÃO DE 1º GRAU, REVISÃO DE PROCEDIMENTOS OPERACIONAIS

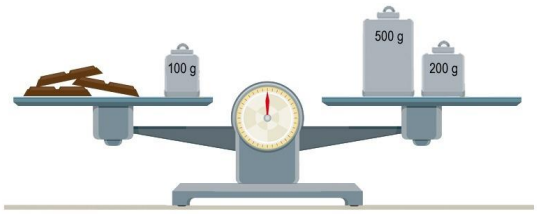
ATIVIDADE 1: Operando com uma balança

Objetivo: Estabelecer as propriedades da igualdade que são essenciais para a compreensão dos procedimentos operatórios da resolução de uma equação de 1º grau.

Material: Caneta/Lápis, borracha, balança, objetos para colocar na balança, papel A4 e roteiro de atividades.

Procedimentos:

Tarefa única: Considere a figura abaixo que representa uma balança de dois pratos. Observando com atenção, responda as seguintes indagações:



O que acontece se adicionarmos um bloco com massa de 100g no prato da balança à esquerda?

_____

_____

O que você faria para que a balança se equilibrasse após o acréscimo dos 100g no prato da balança à esquerda?

_____

_____

O que aconteceria se retirarmos um bloco de 200g do prato do lado direito?

_____

_____

O que você faria para que a balança se equilibrasse após a retirada do bloco de 200 g?

_____

_____

ABORDAGEM MATEMÁTICA

Os itens “a”, “b”, “c” e “d” da Tarefa 1, acima, ilustram como é possível alcançar o equilíbrio de uma balança de dois pratos a partir do acréscimo ou retirada de objetos em cada lado dela. Em Matemática, costuma-se fazer o uso de símbolos para representar situações como dessa balança. O símbolo usado para o equilíbrio é o sinal de igualdade,$=$, como usado nos seguintes exemplos: $10 = 10$, $3 + 5 = 2 + 6$.

Para se alcançar o equilíbrio numa de balança de dois pratos, após acrescentar ou retirar um objeto em um dos dois lados da balança, a mesma operação, deverá ser feita no outro lado dela, ou seja, para que o símbolo de igualdade, $=$, seja verificado, ambos os membros da igualdade devem possuir a mesma quantidade. Assim, tudo que for feito de um lado da igualdade, deverá ser feito no outro lado, a fim de que não se altere a igualdade (o equilíbrio). Veja o exemplo a seguir:

$$10 = 10 \Longrightarrow 10 + \mathbf{3} = 10 + \mathbf{3}$$

A pergunta posta no item c da Tarefa 1 instiga a se pensar em como alcançar o equilíbrio na balança. Esses procedimentos, na balança, de se acrescentar ou se retirar objetos, a fim de se obter o equilíbrio, podem ser usados como ilustração ao que se chama, na Matemática, de Princípios Aditivo e Multiplicativo, que são os princípios de equivalência da igualdade. Em linguagem matemática pode ser escrito da seguinte forma:

Se $a = b$, então $a + c = b + c$, quaisquer que sejam os números reais a, b e c. Isso significa que quando é somada a mesma quantidade aos dois membros de uma igualdade,

esta se mantém. Também vale a mesma ideia ao ser somado o simétrico de um número aos dois membros, isto é,

Se $a = b$, então $a + (-c) = b + (-c)$, quaisquer que sejam os números reais a, b e c. Isso significa que ao somar-se o simétrico de um número aos dois membros da igualdade, ela se mantém.

Além desse princípio, tem-se também o princípio multiplicativo, segundo o qual, ao se multiplicar ambos os membros de uma igualdade, por um mesmo número, tal igualdade não se altera, isto é, se $a = b$, então $a \times c = b \times c$, quaisquer que sejam os números reais a, b e c.

ATIVIDADE 2: Comparando uma balança de dois pratos com uma equação.

OBJETIVO: Mostrar a representação algébrica de uma equação do 1º grau com uma incógnita.

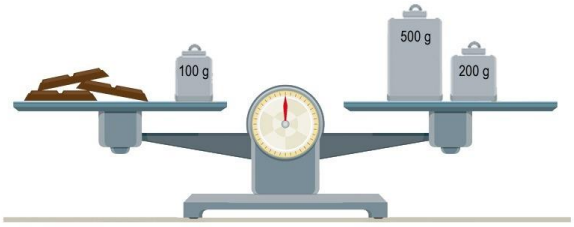
MATERIAL UTILIZADO: atividade impressa, papel, caneta/lápis, quadro branco e pincel.

PROCEDIMENTOS:

Tarefa 1 – Considere as figuras das balanças ilustradas abaixo, todas em equilíbrio. Recorde do que foi dito na atividade 1, sobre o fato de que o equilíbrio da balança pode ser representado na forma escrita pelo símbolo $''=''$.

OBS: Lembre que a soma dos objetos semelhantes na esquerda e a soma dos objetos semelhantes na direita da balança deve ser igual. Lembre-se também que você pode representar qualquer objeto desconhecido por qualquer letra do nosso alfabeto, por exemplo, pode usar a letra $\boldsymbol{c}$ para representar o chocolate por se tratar da letra inicial dessa palavra ($\boldsymbol{c}$ de chocolate). Agora responda às seguintes questões:

a) Qual representação escrita você pode fazer para representar o equilíbrio da balança abaixo?



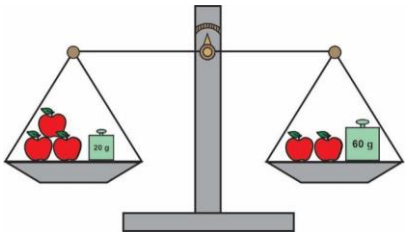
Resposta:

_____

_____

b) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?

Resposta:



_____

_____

c) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?

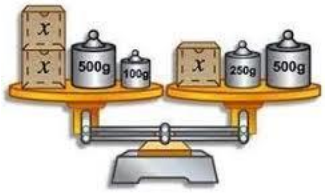


Resposta:

_____

_____

d) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?

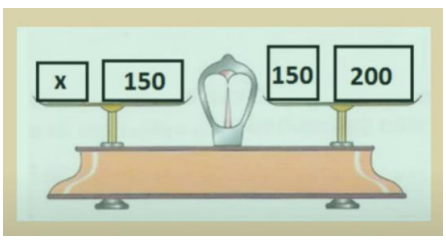


Resposta:

_____

_____

e) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?



Resposta:

_____

_____

ABORDAGEM MATEMÁTICA

Conforme dito anteriormente, o equilíbrio de uma balança de dois pratos simboliza, matematicamente, uma *equação*. Quando você respondeu o item "a", por exemplo, da tarefa 1, você criou uma representação escrita para uma situação real. Você escolheu uma representação escrita para a barra de chocolate. Em matemática, quando se quer representar por escrito um valor desconhecido, se representa-o por meio de uma das letras do alfabeto latino. A essa letra dá-se o nome de *Incógnita*. Quando o expoente da incógnita é o número 1, se diz que a equação é uma *Equação polinomial de 1º grau*. Para resolver uma equação polinomial de 1º grau, se usam as propriedades da igualdade, isola-se a incógnita em um dos dois membros da igualdade, efetuam-se as operações aritméticas presentes no outro membro. Ao final dessas operações tem-se o valor da incógnita determinado.

ATIVIDADE 3: Língua natural versus linguagem algébrica

OBJETIVO: Compreender a tradução de um texto em língua natural para a linguagem algébrica.

MATERIAL: papel, caneta/lápis, borracha, pincel para quadro branco, roteiro de atividades, cartões, fita crepe.

PROCEDIMENTOS:

Tarefa 1 - Preencha o quadro a seguir, completando uma coluna de cada vez, ou seja, primeiro preencha a coluna do "dobro de um número", depois a coluna do "triplo de um número" e assim por diante.

Número	O dobro	O triplo	O quádruplo	O quíntuplo	O sêxtuplo
4					
7					
10					
14					
20					
Um número					
x					

Tarefa 2 - Preencha o quadro a seguir, completando uma coluna de cada vez, ou seja, primeiro preencha a coluna da "metade de um número", depois a da "terça parte de um número" e assim por diante.

Número	A metade	A terça parte	A quarta parte	A quinta parte	A sexta parte
10					
15					
20					
45					
42					
Um número					
x					

Tarefa 3 - Traduza as seguintes frases, em língua natural, para a linguagem algébrica.

Frases em língua natural	Tradução para a linguagem algébrica
O triplo de um número	
A soma de dois números	
Um número somado com seu dobro	
Um número somado com 20	
A metade de um número menos 10	
A diferença entre um número e 8	
A quinta parte de um número somado com 10	

ABORDAGEM MATEMÁTICA

Na tarefa 1, foi pedido que você calculasse o dobro de um número. Espera-se que você entenda que para calcular o dobro de um número basta multiplicar o número por 2. Por exemplo, o dobro de 4 é 2×4. Já o dobro de 7 é 2×7. Assim, para calcular o dobro de qualquer número, é suficiente multiplicar esse número por 2. Como um número qualquer (a incógnita) pode ser representada na forma escrita, pela letra x, por exemplo, (mas você pode representar sua incógnita por qualquer uma das 26 letras do alfabeto latino), o dobro de um número, na forma escrita, deve ser representado por $2 \cdot x$, ou seja, $2x$. De forma semelhante se faz para o triplo, quádruplo, quíntuplo, sêxtuplo e assim por diante.

Na tarefa 2, foi pedido que calculassem a metade de um número. Espera-se os alunos entendam que para calcular a metade de um número basta dividir o número por 2. Por exemplo, a metade de 10 é $10 \div 2$. Já a metade de 15 é $15 \div 2$. Assim, para calcular a metade de qualquer número, é suficiente dividir esse número por 2. Como um número qualquer (a incógnita) pode ser representada na forma escrita, pela letra x, por exemplo, (mas você pode representar sua incógnita por qualquer uma das 26 letras do alfabeto latino), a metade de um número, na forma escrita, deve ser representado por $x \div 2$, ou, $\frac{x}{2}$. De forma semelhante se faz para a terça parte (onde se divide por 3), a quarta parte (onde se divide por 4), a quinta parte (onde se divide por 5) e assim por diante...

Na tarefa 3, já com a experiência adquirida nas tarefas 1 e 2, é hora de utilizar as operações matemáticas básicas junto com as expressões dobro, triplo, metade, terça parte etc.

Por exemplo, na linha onde se pede que se escreva, no registro algébrico, a partir do registro em lingua natural "um número somado com o seu dobro", espera-se que após escolherem a letra que represente o número, por exemplo a letra x, consigam escrever a expressão: $x + 2x$

4.2. Análise a priori do Bloco I

O primeiro bloco de atividades está focado na revisão de estudos a respeito de equação de 1º grau. Consta de 3 atividades em que a primeira delas aborda a ideia do equilíbrio numa balança de dois pratos. Espera-se que os alunos percebam, ao final da tarefa, que partindo de uma balança em equilíbrio, ao retirar (ou acrescentar) um objeto em um dos lados apenas, o equilíbrio deixa de ocorrer, e que para restaurá-lo, é necessário efetuar o mesmo procedimento no outro lado da balança e dessa forma consigam relacionar essa operação com os procedimentos operacionais que se realiza durante a resolução de uma equação de 1º grau.

A segunda atividade do Bloco I, foi reservada ao que se chama de "estruturação algébrica" da equação. Após os alunos compreenderem a relação entre o equilíbrio numa balança, com a ideia da igualdade matemática numa equação de 1º grau, espera-se que eles consigam representar tal equação a partir de uma imagem que simbolize uma balança de dois pratos em equilíbrio.

Na terceira atividade, composta por três tarefas, o objetivo era levar os alunos à compreensão da tradução de um texto em língua natural para a linguagem algébrica. Espera-se que os alunos, ao final da tarefa-1, consigam associar, por exemplo, o dobro de um número, o triplo de um número etc. à representação $2 \cdot n$, $3 \cdot n$ etc. (supondo que os alunos adotem a letra "n" para representar tal número). Na tarefa-2, espera-se que consigam associar, entre outras, a

expressão em língua natural “metade de um número” à representação $\frac{n}{2}$ (supondo que os alunos adotem a letra "n" para representar tal número). Na terceira e última tarefa da atividade 3, é apresentado aos alunos expressões matemáticas variadas envolvendo as habilidades adquiridas nas tarefas 1 e 2. Espera-se que os alunos alcancem a compreensão da tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica, habilidade esta, muito importante para que consigam “montar” as equações que formarão os sistemas de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas mais à frente.

BLOCO II: SISTEMA DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: CONCEITOS E IDEIAS

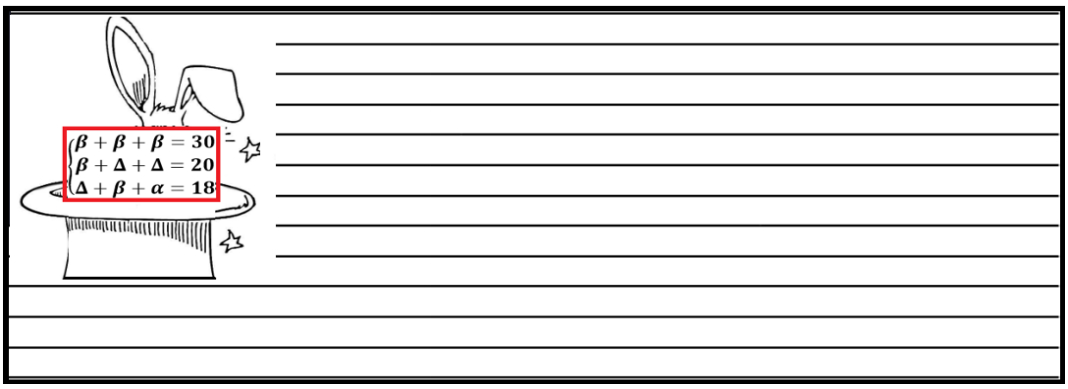
ATIVIDADE 1: Desafios lógicos

OBJETIVO: Compreender como os desafios da lógica podem ser usados para abordar os sistemas de equações polinomiais de 1º grau.

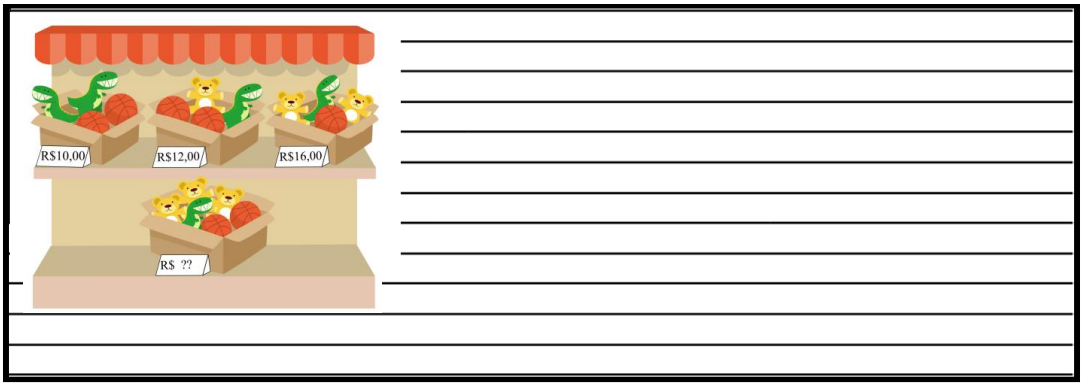
MATERIAL: folha de atividade, lápis, papel e borracha.

PROCEDIMENTO:

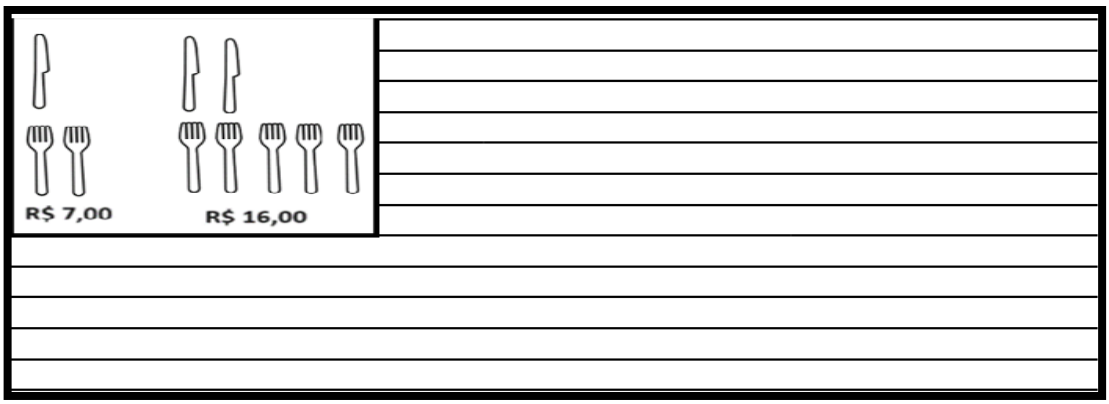
Tarefa 1 - Nas equações da cartola abaixo há três símbolos diferentes: $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, **e** Δ. Eles representam números de salgados a serem desvendados. A quantidade de salgados que João comeu corresponde a operação: $\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} - \Delta$. Descubra quantos salgados ele comeu e explique seu raciocínio nas linhas seguintes.



Tarefa 2 - Rosa quer comprar a caixa de brinquedos que está na prateleira inferior da estante. Informaram-lhe que o valor de cada caixa é igual à soma dos preços de todos os brinquedos que estão dentro de cada uma delas. Quanto custa a caixa de brinquedos que Rosa quer comprar? Justifique abaixo sua solução.



Tarefa 3 – Abaixo você tem o anúncio de que uma faca e duas garfos custam 7 reais e duas facas e cinco garfos custam 16 reais. Você pode dizer quanto custa cada faca e cada garfo? Comente seu raciocínio.



ABORDAGEM MATEMÁTICA

Na tarefa 1 foi pedido que você calculasse o número de salgados que João comeu sabendo-se que ele comeu $\alpha + \beta - \Delta$. Para responder a essa pergunta, você precisa inicialmente determinar os valores de cada uma das letras α, β e Δ. Como na primeira equação se tem a informação de que $\beta + \beta + \beta = 30$, você poderia concluir que $\beta = 10$, e de posse desse valor, poderia usar essa informação na segunda equação, $\beta + \Delta + \Delta = 20$, e chegar a conclusão de que $\Delta = 5$. Finalmente você chega à terceira equação, $\alpha + \beta + \Delta = 18$, usando-se os valores já determinados de β e Δ, isto é, 10 e 5, respectivamente, para então concluir que $\alpha = 3$.

Portanto, $\alpha = 3$, $\beta = 10$ e $\Delta = 5$, ou seja, a quantidade de salgados que João comeu é $\alpha + \beta - \Delta = 3 + 10 - 5 = 8$. Assim tem-se que a quantidade de salgados que João comeu foi 8.

4.3. Análise a priori do Bloco II

O segundo bloco de atividades apresenta uma abordagem dos Sistemas de equações a partir de desafios lógicos. Espera-se que os alunos consigam associar as sentenças lógicas com as equações de 1º grau e encontrem os valores das "incógnitas". Vale destacar que tais tarefas

servirão apenas para que se associem os desafios com o objeto matemático, tema dessa pesquisa.

BLOCO III: MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

ATIVIDADE 1(EXPERIMENTAL): Quantos doces tem?

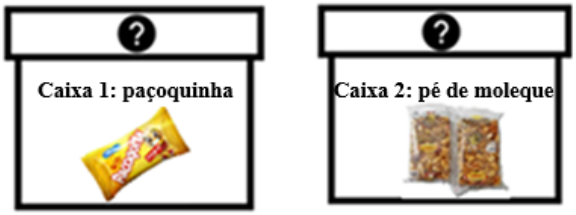
OBJETIVO: Compreender o uso da linguagem algébrica para a representação de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas além dos métodos adição e da substituição de sistema de equações.

MATERIAL: folha de atividade, lápis, papel e borracha, duas caixas de papelão, paçoquinha.

PROCEDIMENTO:

Tarefa 1: A turma deve formar dois grupos, nomeados de A e B e seguir as instruções dadas no quadro abaixo. No quadro há espaços indicados para o preenchimento de dados importantes para a solução da tarefa. Para esta tarefa considere que há 9 paçoquinhas e 1 pé de moleque.

Instruções

<table>
<tr><th>Grupo A</th><th>Grupo B</th></tr>
<tr>
<td>


Observe e anote quantas paçoquinhas tem na caixa1 e quantos pés-de-moleque tem na caixa2. Não diga ao grupo B essas informações.

Nº paçoquinhas na caixa1:_____
Nº pés de moleque na caixa2:_____
</td>
<td>
Escolha duas incógnitas, uma para representar a quantidade de paçoquinha e outra para a quantidade de pés de moleque.

<table>
<tr><td>Incógnitas</td><td>O que essa incógnita representa?</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>
Anote as informações de soma e diferença dadas pelo grupo A.
</td>
</tr>
</table>

Informe ao grupo B a soma das quantidades de paçoquinha e de pés de moleque nas caixas **Soma** das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:____ **Diferença** das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:____	**Soma** das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:_____ (aqui você vai representar, algebricamente, uma equação com duas incógnitas) **Diferença** das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:_____ (aqui você vai representar, algebricamente, uma equação com duas incógnitas) Escreva, em linguagem algébrica, o sistema de equações polinomiais de 1º grau associado. Em seguida resolva o sistema e responda: quantos paçoquinha e quantos pés de moleque tem em cada caixas? $\begin{cases} \\ \end{cases}$

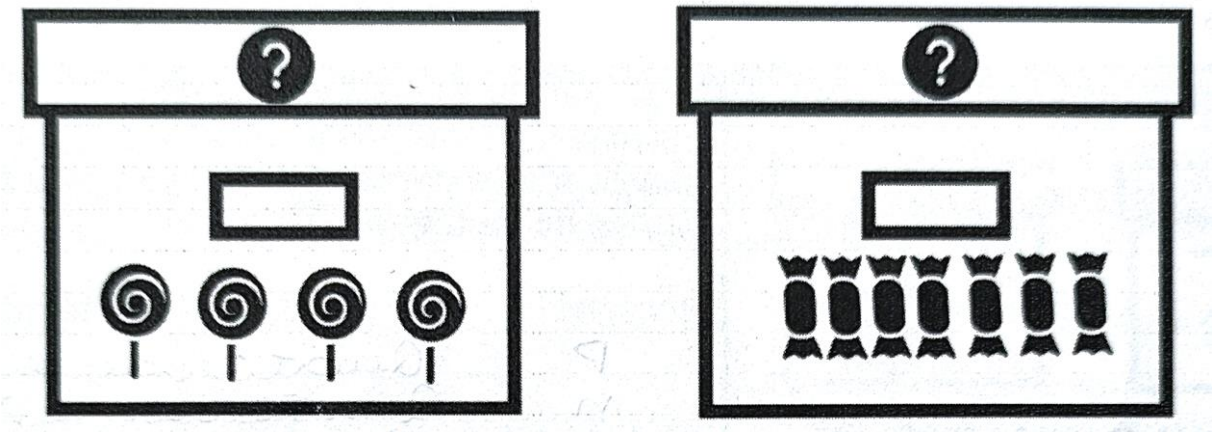
Resposta:

_____

_____

_____

Tarefa 2: Você tem bombons e pirulitos distribuídos em duas caixas da seguinte maneira: uma contém apenas bombons e outra apenas pirulitos. Você sabe que a caixa de bombons tem uma quantidade que é o dobro da quantidade de pirulitos e que a soma das quantidades de bombons e pirulitos é 45. Quantos bombons e quantos pirulitos tem em cada caixa?



Resposta:

ABORDAGEM MATEMÁTICA

Na tarefa 1 um grupo informa ao outro grupo a soma e a diferença das quantidades de paçoquinhas e pés de moleque que estão dentro de duas caixas. Em seguida pergunta quantas paçoquinhas e quantos pés de moleque tem em cada caixa. Por exemplo, se a soma das quantidades de paçoquinha e pés de moleque é 11 e a diferença é 3, o grupo B deve, inicialmente, adotar o uso de uma letra para representar os pés de moleque, por exemplo, a letra "m", e uma letra para representar as paçoquinhas, por exemplo, a letra "p". Feito isso, a representação, em linguagem algébrica, da soma e da diferença dos doces, poderia ser assim

$$\begin{cases} m + p = 11 \\ m - p = 3 \end{cases} \quad (1)$$

Essa forma de representação acima (1), para um conjunto de duas equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, é chamada de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas.

Conforme visto na atividade 1 do primeiro bloco, as propriedades da igualdade podem novamente ser empregadas aqui. Se for somado, tudo que se tem nos primeiros membros e tudo que se tem nos segundos membros das igualdades, obtém-se:

$$m + p + m - p = 11 + 3$$

Cancelando os termos simétricos, resulta em

$$m + m = 14$$

Ou seja, $2m = 14$ e, portanto, multiplicando ambos os membros pelo inverso multiplicativo do 2, conclui-se que m= 7. E, como a soma é 11, pode-se escrever

$$m + p = 11 \Rightarrow 7 + p = 11$$

Somando-se o simétrico do 7 em ambos os membros se obtém

$$7 + (-7) + p = 11 + (-7) \Rightarrow p = 4$$

Assim, o número de paçoquinha é 4 e o número de pés de moleque é 11.

Na tarefa 2, se quer descobrir quantos bombons e quantos pirulitos tem em cada caixa. Sabe-se que a soma dos doces é 45 e que o número de bombons é o dobro do número de pirulitos. Uma alternativa de resolução que se pode adotar é fazer uso da linguagem algébrica para reescrever a situação problema de uma forma mais simplificada. Se for usado "b" para representar a quantidade de bombons e "p" para a quantidade de pirulitos, pode-se escrever assim

$$\begin{cases} b + p = 45 & (1) \\ b = 2p & (2) \end{cases}$$

Agora, observa-se que a segunda equação estabelece uma relação entre as incógnitas "b" e "p", ou seja, b= $2p$, pode-se substituir essa relação na primeira equação. Aí tem-se

$$2p + p = 45$$

Isto é,

$$3p = 45$$

Multiplicando-se os dois membros pelo inverso multiplicativo de 3, conclui-se que $p = 15$. E, como o número de bombons é o dobro do número de pirulitos, concluímos que b= 30. Assim, o número de bombons é 30 e o número de pirulitos é 15.

Esta forma de determinar os valores das incógnitas em duas equações, como foi feito na tarefa 2 acima, é o que se chama de Método da Substituição que é um dos métodos de resolução dos sistemas de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas.

4.4. Análise a priori do Bloco III

O terceiro bloco de atividades apresentou os métodos de resolução de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas a partir de tarefas no estilo adivinhação. Este bloco de atividades objetivou a compreensão do uso da linguagem algébrica para a representação desse tipo de sistema além de dois métodos de resolução de sistema e contou apenas com duas tarefas.

Na primeira tarefa, os alunos são informados sobre a soma e a diferença das quantidades de paçoquinhas e pés de moleque presentes em duas caixas para posteriormente determinarem

a quantidade exata dos doces. Espera-se que os alunos consigam perceber, baseado nas discussões feitas até este momento, que para esta tarefa o método de resolução mais adequado é o da adição, pois uma das incógnitas da situação-problema apresenta-se em cada equação com sinais contrários, isto é, em uma das equações do sistema a incógnita está com sinal positivo e na outra equação do sistema está com sinal negativo.

Na segunda tarefa, os alunos precisam determinar as quantidades de paçoquinhas e pés de moleque nas caixas, sabendo de antemão, a soma das quantidades desses doces e que um deles tem uma quantidade múltipla do outro, por exemplo, o número de paçoquinha é o dobro do de pés de moleque. Aqui espera-se que os alunos apliquem o método da substituição, ao perceberem que há uma relação de multiplicidade direta entre duas incógnitas.

4.5. Atividade avaliativa

A atividade avaliativa foi realizado em 7 de junho de 2024. Composto por 7 questões que abordaram os conteúdos trabalhados em cada uma das atividades de cada Bloco da sequência didática, as noções de equilíbrio numa balança, as conversões entre registros de representações, por exemplo do figural para o algébrico, as equações de 1º grau e os sistemas de equações. O Quadro 9 mostra a estrutura didática da atividade avaliativa.

Quadro 9 - Atividade avaliativa após aplicação da sequência didática

Questão da Atividade	Tema da questão
Questão1	Situação Problema Sistema
Questão2	Situação Problema Sistema
Questão3_(a) e (b)	Conversão entre registros de representação
Questão4	Situação Problema Sistema
Questão5_(a)	Sistema de equações
Questão5_(b)	Sistema de equações
Questão5_(c)	Sistema de equações
Questão6_(a)	Equação 1º grau
Questão6_(b)	Equação 1º grau
Questão7	Conversão entre registros de representação

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Foram necessários 6 encontros com a turma para se concluir a aplicação da sequência didática. No último encontro, a fim de se verificar o desempenho dos alunos após aplicada a sequência didática uma atividade avaliativa foi proposta à turma. Tal atividade contou com questões semelhantes as que os alunos trabalharam durante o desenvolvimento da sequência didática.

Atividade Avaliativa

1) Uma lanchonete anuncia a seguinte promoção:



Quanto custa um pastel?

Resposta:

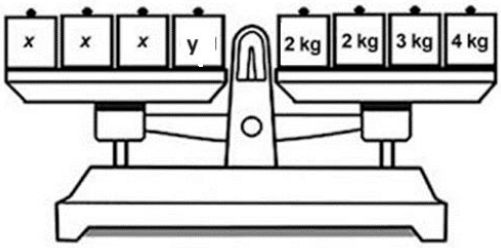
---

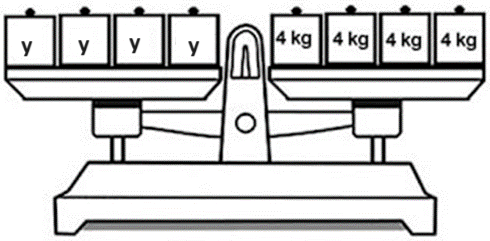
2) Numa mesa há duas caixas fechadas, uma contém apenas paçoquinhas e a outra apenas pés de moleque. Sabe-se que a soma das quantidades de paçoquinhas com pés de moleque é igual a 100. Se a diferença entre as quantidades de paçoquinhas e pés de moleque é igual a 40, qual a quantidade de pés de moleque? (Considere que há mais paçoquinhas que pés de moleque)

Resposta:

---

3) Abaixo você tem duas balanças em equilíbrio. Escreva os sistemas de equações de cada balança e resolva-os e diga qual o valor do x e do y.





Resposta:

---

4) João e Celso são irmãos. A soma das idades deles é igual a 15. Se João tem o dobro da idade de Celso, quais são as idades de cada um?

Resposta:

---

5) Encontre os valores das incógnitas p e m nos sistemas de equações:

a) $\begin{cases} p+m=45 \\ p=2m \end{cases}$

Resposta:

b) $\begin{cases} p+m=10 \\ p-m=1 \end{cases}$

Resposta:

c) $\begin{cases} 2p+m=14 \\ p-m=9 \end{cases}$

Resposta:

6) Determine o valor de x nas equações de 1º grau.

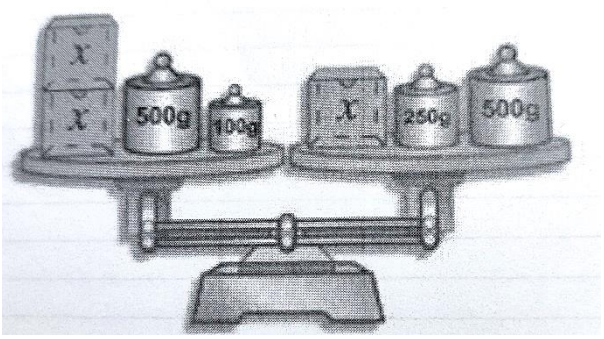
a) $x+20=80$

Resposta:

b) $2x+10=30$

Resposta:

7) A balança abaixo está em equilíbrio. Faça uma representação algébrica desse equilíbrio, isto é, escreva uma equação que represente o equilíbrio na balança.



A avaliação proposta nesta atividade didática será conduzida sob uma perspectiva qualitativa, priorizando a análise do desenvolvimento dos alunos ao longo do processo de aprendizagem. Não haverá atribuição de notas ou médias, pois o foco está na compreensão dos conceitos matemáticos e na evolução individual de cada estudante. Dessa forma, se busca valorizar o raciocínio, a resolução de problemas e a capacidade de interpretação, promovendo uma aprendizagem significativa e reflexiva.

5. EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE A POSTERIORI

No presente capítulo serão apresentados os resultados alcançados a partir da aplicação da sequência didática desenvolvida nesta pesquisa, com destaque para a análise a posteriori conforme as etapas da metodologia da engenharia didática.

Tendo em vista a quarta e última fase da Engenharia Didática – *Análise a posteriori e validação* – o presente capítulo apresenta uma breve descrição da fase experimental na qual foi desenvolvida a aplicação da sequência didática com alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola municipal na cidade de Belém do Pará. Serão apresentados, em seguida, os resultados alcançados a partir da aplicação da referida sequência.

5.1. Experimentação

A seleção das atividades da presente sequência didática levou em conta, em primeiro lugar, a ideia da sequência lógica dos saberes matemáticos necessários para se chegar na abordagem dos sistemas de equações, como exemplo, as propriedades de igualdade, as equações de 1º grau entre outros. Além disso, considerou-se também os dados levantados pelas pesquisas realizadas com docentes do 8º ano do ensino fundamental, as quais apontaram as dificuldades dos alunos no processo ensino aprendizagem do objeto sistema de equações.

A coleta de dados se deu principalmente a partir da análise feita nas folhas de atividades que foram entregues aos sujeitos da pesquisa com instruções do que se fazer em cada atividade.

Os sujeitos da pesquisa foram alunos, com faixa etária a partir dos 12 anos de idade, de uma escola municipal em Belém do Pará. O processo de aproximação com a escola se deu por meio do envio de uma solicitação de reunião com coordenadora pedagógica da escola na segunda metade do mês de maio de 2024. Durante a reunião foi informado de que a professora de matemática da turma estava de licença médica e por conta disso a turma estava sem aulas de matemática e com horários vagos.

A coordenadora pedagógica entregou uma lista nominal dos alunos da turma com 36 alunos. No primeiro dia foram apresentados os documentos oficiais como ofício de apresentação e termo de consentimento livre e esclarecido (anexo – A e B, respectivamente) à coordenação pedagógica da escola bem como um cronograma de previsão da execução das atividades conforme indicado no Quadro 10. Ainda neste dia, após explicação à turma sobre aplicação da sequência didática entregamos aos alunos o termo de consentimento livre e esclarecido para que eles pudessem levar aos seus responsáveis para assinatura (anexo - B).

Quadro 10 – Cronograma de execução da sequência didática

Data	Atividades
20/05/2024	Entrega de documentos à escola Apresentação da pesquisa à turma Entrega dos termos de consentimento livre e esclarecido aos alunos
23/05/2024	Bloco I - Atividades 1 e 2: Balança/Equilíbrio/Equação
24/05/2024	Bloco I - Atividade 3: Língua Natural x Linguagem algébrica: tarefas 1, 2 e 3 (dobro, metade, tradução)
30/05/2024	Bloco II - Atividade 1 - tarefas 1, 2 e 3: desafios lógicos
31/05/2024	Bloco III - Atividade 1 - tarefas 1 e 2: métodos de resolução para sistema de equações.
07/06/2024	Aplicação da Atividade Avaliativa Encerramento da pesquisa

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

5.2. Análise a posteriori das atividades do Bloco I

Conforme descrito no Quadro 10, o Bloco I foi composto por 3 atividades em que, a primeira delas, em linhas gerais, buscou levar os alunos à percepção da relação de equilíbrio em uma balança de dois pratos conforme as massas dos objetos em cada um deles.

Antes dos alunos receberem a folha impressa com a primeira atividade foi apresentado a eles uma balança de dois pratos conforme a Figura 4. Em cada prato, colocaram-se saquinhos transparentes contendo areia seca, devidamente identificados com suas respectivas massas. Os alunos tiveram então que observar o equilíbrio entre os pratos e refletir sobre o comportamento da balança em situações simuladas de desequilíbrio. Ao serem questionados sobre o que ocorreria em cada cenário, muitos estudantes expressaram verbalmente suas previsões sobre o efeito de adicionar ou remover objetos de apenas um dos pratos da balança.

Figura 4 - Balança utilizada na aplicação da sequência didática



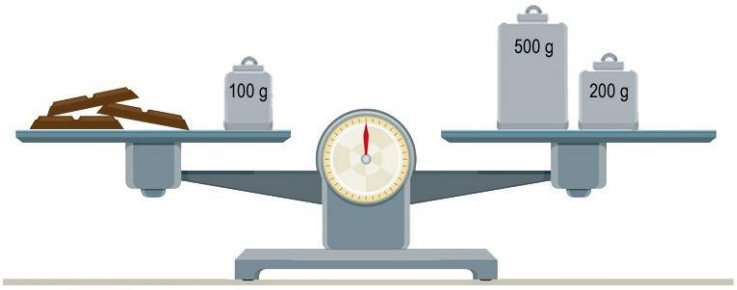
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Para manter o anonimato dos participantes da pesquisa, os alunos foram identificados por códigos alfanuméricos. Assim, cada estudante será referido como A01, A02, A03, e assim sucessivamente. Essa designação garante um tratamento homogêneo dos dados, mantendo a individualidade das respostas sem expor a identidade dos sujeitos da pesquisa.

5.2.1. Atividade 1 do Bloco I

Para cada aluno participante do estudo foi entregue uma folha impressa que continha a primeira atividade do bloco I. Essa atividade apresentava uma balança de dois pratos num dos quais havia três barras de chocolate e um peso de 100g. No outro prato havia dois pesos, um de 500g e outro de 200g conforme a Figura 5.

Figura 5 - Atividade 1 bloco I

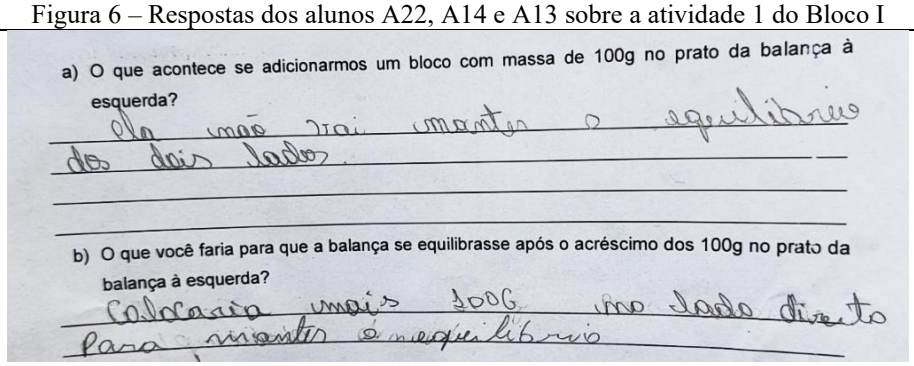


a) O que acontece se adicionarmos um bloco com massa de 100g no prato da balança à esquerda?
b) O que você faria para que a balança se equilibrasse após o acréscimo dos 100g no prato da balança à esquerda?
c) O que aconteceria se retirarmos um bloco de 200g do prato do lado direito?
d) O que você faria para que a balança se equilibrasse após a retirada do bloco de 200 g?

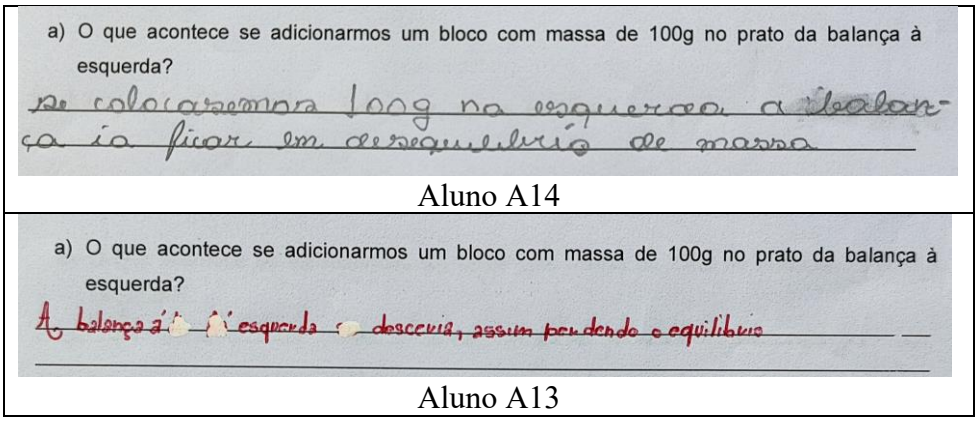
Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Da Figura 5 é possível perceber que a balança está em equilíbrio, ou seja, a soma das massas no prato da direita é igual à soma das massas do prato na esquerda. Dessa forma, se for adicionado um bloco de 100g no prato da esquerda, este prato terá mais massa e consequentemente descerá e o da direita subirá, assim a balança sairá da posição de equilíbrio. Qualquer ação feita em apenas um lado acarretará o desequilíbrio da balança e para restaurá-lo será necessário que a mesma ação seja feita no outro lado da balança. A Figura 6 mostra alguns exemplos de resposta para a primeira atividade do bloco I:

Figura 6 – Respostas dos alunos A22, A14 e A13 sobre a atividade 1 do Bloco I



Aluno A22

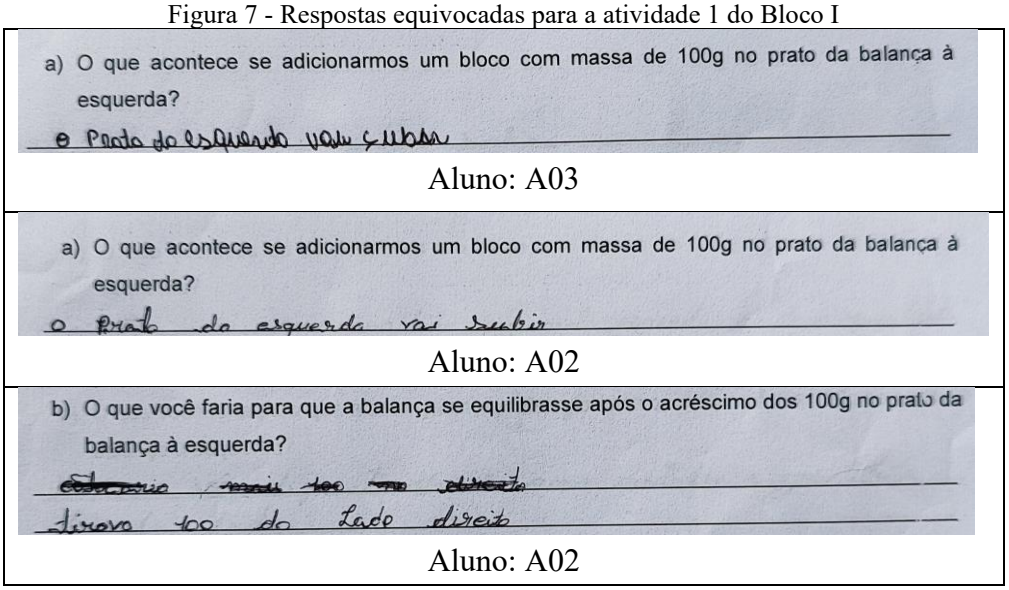


Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Entretanto, algumas dificuldades foram percebidas. Parte dos alunos considerou um obstáculo a compreensão de como um acréscimo ou retirada de peso afeta o equilíbrio. Essa dificuldade está alinhada às ideias de Duval (2012), que destaca que a coordenação de diferentes registros de representação é essencial para a compreensão conceitual. Quando os estudantes se deparam com a necessidade de alternar entre representações figurais e conceituais, surgem desafios que dificultam a apropriação do conhecimento matemático.

A exemplo da dificuldade no entendimento sobre o equilíbrio na balança, é possível ver como alguns alunos confundiram os lados mais pesados na balança como sendo o lado que subiria, conforme a resposta dos alunos A03 e A02 indicadas na Figura 7. Embora o aluno A02 tenha se equivocado na resposta ao item "a", sua resposta ao item "b" mostra que compreendeu a ideia da restauração do equilíbrio.

Figura 7 - Respostas equivocadas para a atividade 1 do Bloco I



Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

A partir do Quadro 11, observa-se que a maior parte dos alunos conseguiu estabelecer corretamente a relação entre as massas nos dois lados da balança, identificando a necessidade de manter o equilíbrio ao realizar alterações.

Quadro 11 – Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco I - Atividade 1

Categoria de desempenho	Percentual de alunos
Compreensão total do conceito	40%
Compreensão parcial do conceito	27%
Dificuldade na compreensão	33%

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

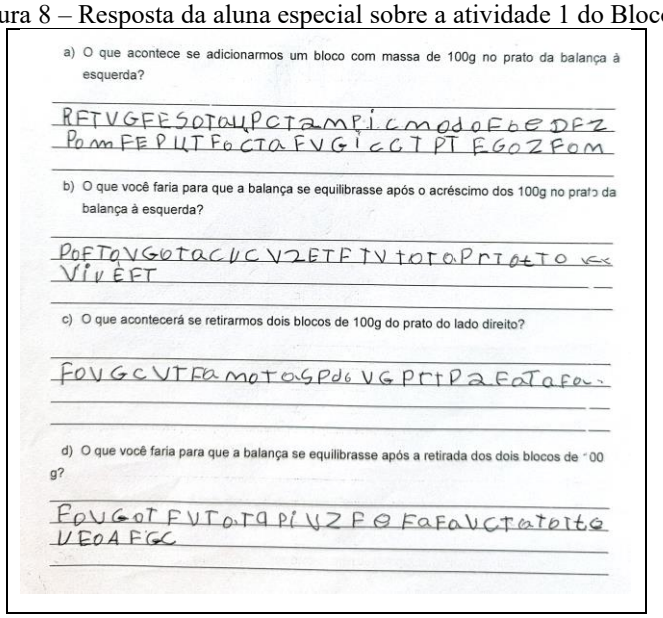
O Quadro 11 oferece uma análise qualitativa sobre a interpretação do conceito de equilíbrio em uma balança. Conforme os dados apresentados, 40% dos participantes mostraram uma compreensão completa do conceito, sendo capazes de aplicar adequadamente o princípio do equilíbrio em uma balança de dois pratos. Por outro lado, 27% dos alunos demonstraram uma compreensão parcial, sugerindo que têm certo entendimento sobre o princípio do equilíbrio, mas ainda encontram barreiras para aplicá-lo em diferentes situações.

Além disso, um terço dos envolvidos enfrentou dificuldades em entender o equilíbrio, evidenciando a necessidade de uma maior exploração teórica e prática para a plena compreensão deste princípio.

Esses resultados ressaltam a relevância de abordagens pedagógicas que promovam uma compreensão mais eficaz dos conceitos de equilíbrio, com o objetivo de minimizar as dificuldades e aumentar a quantidade de pessoas que dominam plenamente o princípio do equilíbrio. A partir desses dados, pode-se inferir que quanto aos objetivos esperados para esta atividade, o resultado foi satisfatório.

Interessante relatar que entre os sujeitos da pesquisa havia uma pessoa participante com necessidades especiais e que só foi tomada ciência desse fato após analisar os protocolos de pesquisa referentes a 1ª atividade. A pessoa é portadora de Deficiência Intelectual, e não foi possível fazer um atendimento individual no qual se pudesse atendê-la de forma adequada, pois além deste pesquisador não possuir qualquer tipo de formação continuada na área da educação especial, no horário livre da pessoa, o pesquisador estaria no exercício de sua função de professor. Além disso, a pessoa, ao que se pode perceber pela Figura 8 não tem domínio algum em escrita e provavelmente na leitura. Vale destacar uma reflexão a esse respeito, uma vez que os órgãos responsáveis pela educação básica em Belém incluem estudantes portadores de necessidades especiais nas escolas e por outro lado não oferecem formação continuada para que os professores consigam atender esses alunos.

Figura 8 – Resposta da aluna especial sobre a atividade 1 do Bloco I



Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

5.2.2. Atividade 2 do Bloco I

Ao iniciar a segunda atividade do bloco I, foi feito um breve diálogo sobre a álgebra escolar presente nos assuntos de matemática dos 8º e 9º anos do ensino fundamental. Foi dito que a Matemática tem uma linguagem própria e muito característica onde se usam muitas letras além das operações aritméticas fundamentais e que isso é feito, segundo (Brasil, 2018), para que os alunos se habilitem não apenas no uso da linguagem natural, gráfica, figural, mas também da linguagem matemática a fim de que consigam se comunicar e expressar as suas ideias de forma objetiva, clara e concisa. Pois, é isto, entre outras competências, que os principais documentos oficiais brasileiros que norteiam o ensino dessa disciplina como os PCN e a BNCC almejam.

Essa segunda atividade teve por objetivo mostrar a representação algébrica de uma equação de 1º grau com uma incógnita a partir de uma representação figural, além disso, buscou mostrar a comparação de uma balança de dois pratos com uma equação de 1º grau. Os alunos receberam uma folha de atividade que continha figuras representando uma balança de dois pratos a partir das quais eles deveriam fazer uma conversão entre registros de representação, isto é, converter a informação em linguagem figural para a linguagem algébrica, ou seja, deveriam escrever uma equação representativa do equilíbrio na balança. Tal atividade foi planejada para estar ligada a primeira atividade realizada que tratou da compreensão sobre o equilíbrio na balança.

A atividade 2 foi fundamental para garantir que os alunos conseguissem escrever as equações associadas às figuras, transitar, conforme diz Duval (2012), entre ao menos dois registros de representação. Quando eles começaram a estruturar as equações e que para tal

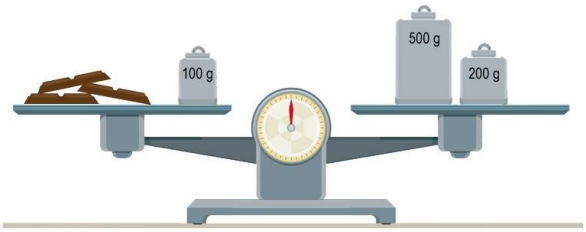
precisavam escolher letras para representar os objetos na balança, foi dito que eles podiam escolher a letra que quisessem e alguns alunos, por exemplo, usaram letras que representavam a inicial do objeto na balança enquanto outros usaram letras de forma totalmente aleatória.

Pela Figura 9 percebe-se que a balança se encontra em equilíbrio, ou seja, a soma das massas no prato da esquerda é igual à soma das massas no prato da direita, e assim, se os alunos adotassem a letra c para representar a barra de chocolate, poderiam escrever como uma resposta possível a equação $x+x+x+100=500+200$, isto é, $3c+100=700$.

A todo momento enquanto os alunos resolviam a atividade 2 era explicado sobre o uso de letras na matemática e falava-se sobre a ideia da generalização, que o uso de letras em matemática não é, conforme se costuma ouvir por parte dos alunos, para tornar a matemática difícil, complicada e sim uma ferramenta útil para sintetizar o pensamento.

Figura 9 – Atividade 2 do Bloco 1

Tarefa 1 – Considere as figuras das balanças ilustradas abaixo, todas em equilíbrio. Recorde o que foi dito na atividade 1, sobre o fato de que o equilíbrio da balança pode ser representado na forma escrita pelo símbolo $''=''$.



a) Qual representação escrita você pode fazer para representar o equilíbrio da balança abaixo?

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Ainda sobre a escolha da letra, feitas pelos alunos, para representar a incógnita, isso apresenta similaridade ao que ocorreu na experimentação de Goulart (2014) quando descreveu que em sua pesquisa, enquanto para a maioria dos alunos era comum o uso da letra x e y para representar as incógnitas, ao menos para um aluno seria menos complicado se fosse usada a letra inicial da palavra que correspondesse a essa incógnita na situação-problema proposta. Este ponto é muito interessante porque na experiência pessoal do pesquisador da presente pesquisa, enquanto docente do ensino fundamental, seus alunos são sempre incentivados a escolherem a letra que melhor lhes convir nas situações-problema, e geralmente ocorre de usarem letras sem nenhuma ligação com as palavras relacionadas às incógnitas.

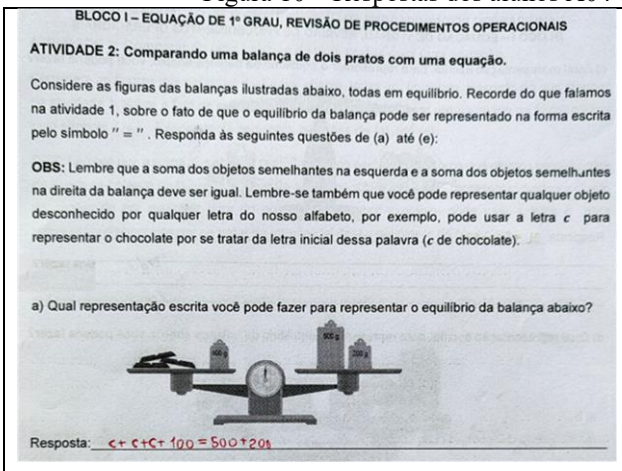
Já a Figura 10 exemplifica como alguns alunos trataram a conversão de registros da linguagem figural para linguagem algébrica. Nesta figura percebe-se que o aluno A04 Figura 10usou a letra “c” para representar a massa da barra de chocolate a qual deve ter sido associada

à inicial da palavra “chocolate”. No entanto o aluno A05 utilizou a letra “v” para representar a quantidade de maçãs, o que não traz em si nenhuma relação com o objeto representado na figura e isso também é absolutamente válido pois o aluno fez sua escolha de forma consciente.

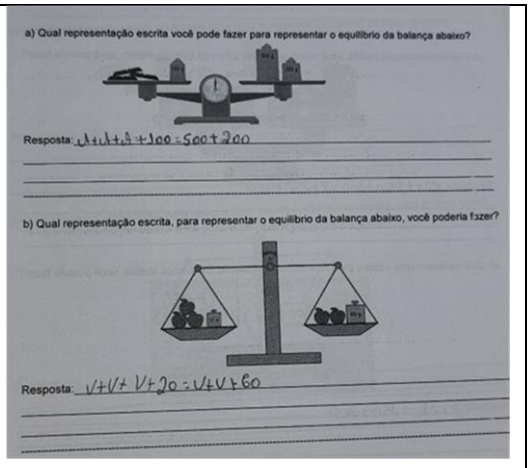
Um aspecto importante foi a variedade de abordagens que os estudantes empregaram para representar as variáveis, evidenciando diferentes maneiras de relacionar os componentes da balança com a linguagem algébrica. Esse fato corrobora com as ideias de Duval (2009), segundo a qual a utilização de diferentes registros de um mesmo objeto matemático, na maioria das situações, não acontece de forma natural e clara para os alunos.

Vale ressaltar que essas atividades não pediam que os alunos resolvessem as equações, mas apenas que as escrevessem em linguagem algébrica, e a maioria dos alunos atingiu a esse objetivo.

Figura 10 – Respostas dos alunos A04 e A05 sobre a Atividade 2 do bloco I



Aluno: A04



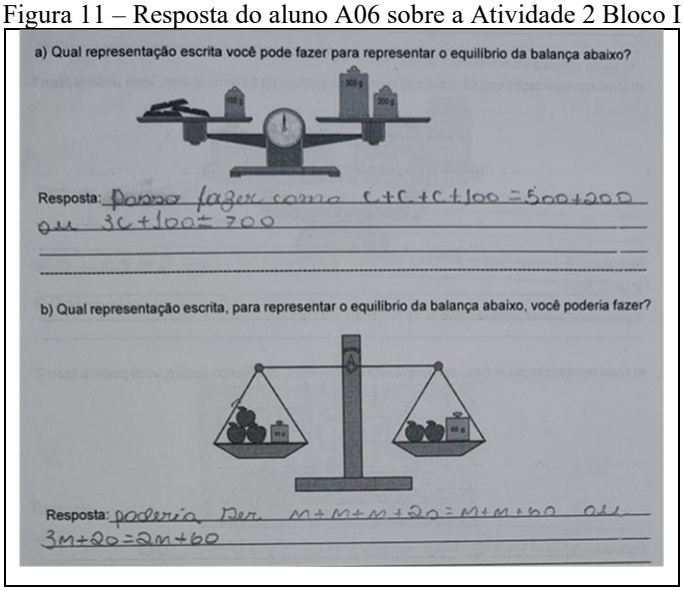
Aluno: A05

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Conforme observado na análise dos protocolos de atividades preenchidos, ficou evidente que os estudantes elaboraram as equações com base no princípio do equilíbrio na balança. Eles escreveram que a soma dos pesos no prato esquerdo é igual à soma dos pesos no prato direito. Isso sugere que eles levaram em conta a realização da atividade 1 sobre o equilíbrio na balança.

A Figura 11 mostra que além da conversão entre registros o aluno também simplificou as expressões matemáticas.

Figura 11 – Resposta do aluno A06 sobre a Atividade 2 Bloco I



Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Ao final desta atividade foi possível perceber, via Quadro 12, que o desempenho dos alunos indica que a hipótese levantada na fase das análises preliminares foi alcançada, uma vez que o quadro indica que os alunos compreenderam a relação entre o equilíbrio em uma balança e a ideia da igualdade em uma equação de 1º grau pois conseguiram efetuar a conversão entre os dois registros, do figural para o algébrico. Esses resultados concordam com Duval (2012) quando diz que a compreensão de uma ideia só será alcançada quando houver a coordenação de pelo menos dois registros de representação para a mesma ideia.

Quadro 12 – Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco I - Atividade 2

Categoria de desempenho	Percentual de alunos
Coversão bem-sucedida entre registros	50%
Conversão parcial entre registros	29%
Dificuldade na conversão entre registros	21%

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Tal resultado, em resumo, mostra que cerca de 79% dos alunos conseguiram estabelecer corretamente as equações correspondentes ao equilíbrio da balança, demonstrando avanço em relação à atividade anterior que tratrou do princípio do equilíbrio na balança.

5.2.3. Atividade 3 do Bloco I

Para finalizar o Bloco I, foi entregue aos alunos uma lista composta de três tarefas. O objetivo central desta atividade foi o tratamento dos registros de representação, isto é, conduzir os alunos à compreensão da tradução do registro de uma situação matemática em língua materna para um registro em linguagem algébrica. A primeira tarefa visava levar os alunos a compreensão da representação, em linguagem algébrica, de expressões do tipo o dobro, o triplo

etc. de um número. A segunda tarefa, semelhante a primeira, esperava que os alunos compreendessem expressões do tipo a metade, a terça parte etc. de um número. A terceira tarefa apresentou frases em língua natural com expressões do tipo o dobro, o triplo, a metade etc. em que os alunos deveriam fazer a tradução desse registro em língua natural para o registro em linguagem algébrica. A Figura 12 mostra o comando da primeira tarefa.

Figura 12 – Tarefa1 da Atividade 3 do Bloco I

Tarefa 1 - Preencha o quadro a seguir, completando uma coluna de cada vez, ou seja, primeiro preencha a coluna do "dobro de um número", depois a coluna do "triplo de um número" e assim por diante.

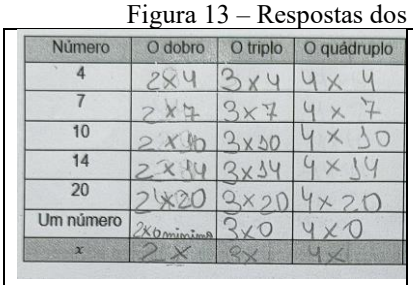
Número	O dobro	O triplo	O quádruplo	O quíntuplo	O sêxtuplo
4					
7					
10					
14					
20					
Um número					
??					

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Após cada aluno receber a ficha de atividade foi feita a leitura do comando da tarefa e ao serem questionados sobre qual o dobro do número 4 todos responderam que o resultado era 8 e de modo semelhante fizeram com os demais números. Neste momento o pesquisador precisou fazer uma intervenção. Foi dito aos alunos que embora suas respostas estivessem corretas, para que fosse possível alcançar a ideia geral de como se calcula o dobro de um número, eles deveriam refletir sobre qual operação matemática é preciso efetuar para se chegar às respostas que deram, por exemplo, quando responderam 8 para a pergunta qual é o dobro de 4. Após essa intervenção, esperava-se que eles registrassem em cada linha da tarefa 1, para cada um dos números: 4, 7, 10 etc. a operação aritmética: 2x4, 2x7, 2x10 etc. considerando que tivessem compreendido que o dobro de um número é duas vezes esse número, que o triplo de um número é três vezes esse número e assim por diante.

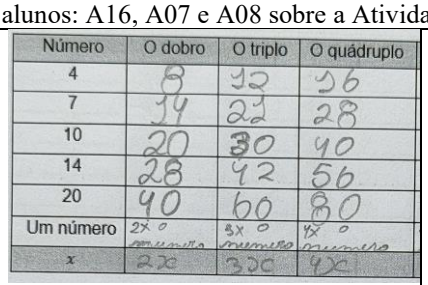
É possível ter uma noção do entendimento dos alunos quanto à realização desta tarefa a partir da Figura 13. Interessante observar como o aluno A16 não distinguiu o sinal × de multiplicação com o sinal x que representaria um número arbitrário.

Figura 13 – Respostas dos alunos: A16, A07 e A08 sobre a Atividade 3 tarefa1 do Bloco I



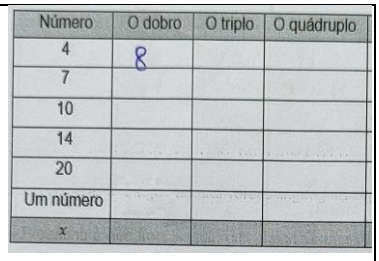
Número	O dobro	O triplo	O quádruplo
4	2x4	3x4	4x4
7	2x7	3x7	4x7
10	2x10	3x10	4x10
14	2x14	3x14	4x14
20	2x20	3x20	4x20
Um número	2x0	3x0	4x0
x	2x	3x	4x

Aluno: A16



Número	O dobro	O triplo	O quádruplo
4	8	12	16
7	14	22	28
10	20	30	40
14	28	42	56
20	40	60	80
Um número	2x o número	3x o número	4x o número
x	2x	3x	4x

Aluno: A07



Número	O dobro	O triplo	O quádruplo
4	8		
7			
10			
14			
20			
Um número			
x			

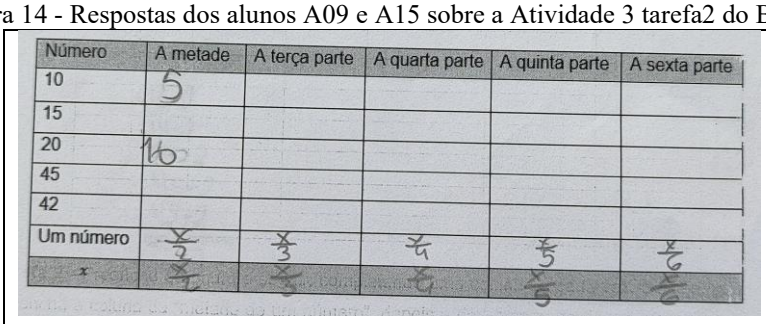
Aluno: A08

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Já o aluno A07 registrou apenas o resultado da operação de multiplicação por 2, por 3 etc. o que não auxilia de forma efetiva na compreensão da ideia generalista do dobro de um número, por exemplo.

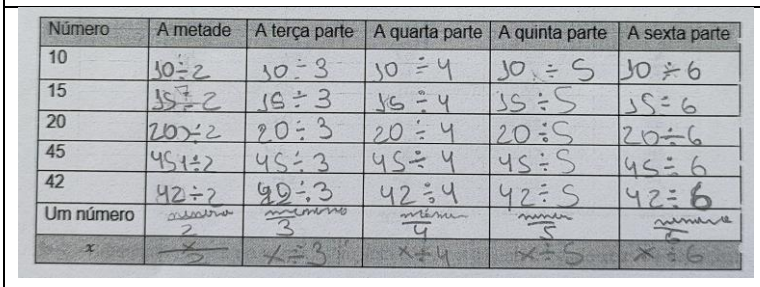
Quanto à tarefa 2, a Figura 14 a seguir exemplifica as respostas dos alunos A09 e A15. A representação da metade do número 10 feita pelo aluno A15 com o sinal de ÷, por exemplo, não é adequada quando se pensa em problemas futuros que utilizarão termos em língua natural que usem expressões como a metade ou terça parte de um número e além disso se pretende montar a equação de 1º grau. O uso mais adequado seria com a barra de fração, como ele fez apenas na última linha da tarefa.

Figura 14 - Respostas dos alunos A09 e A15 sobre a Atividade 3 tarefa2 do Bloco I



Número	A metade	A terça parte	A quarta parte	A quinta parte	A sexta parte
10	5				
15					
20	10				
45					
42					
Um número	x/2	x/3	x/4	x/5	x/6
x	x/2	x/3	x/4	x/5	x/6

Aluno: A09



Número	A metade	A terça parte	A quarta parte	A quinta parte	A sexta parte
10	10÷2	10÷3	10÷4	10÷5	10÷6
15	15÷2	15÷3	15÷4	15÷5	15÷6
20	20÷2	20÷3	20÷4	20÷5	20÷6
45	45÷2	45÷3	45÷4	45÷5	45÷6
42	42÷2	42÷3	42÷4	42÷5	42÷6
Um número	número 2	número 3	número 4	número 5	número 6
x	x÷2	x÷3	x÷4	x÷5	x÷6

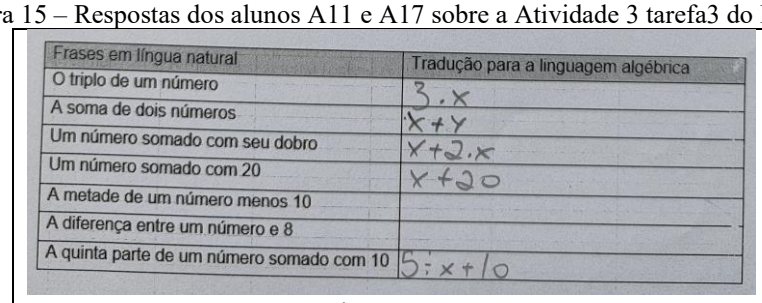
Aluno: A15

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

É importante mencionar que a atividade 3 estava planejada para ser executada no dia 24/05/24, porém, como alguns alunos estavam se comportando de forma indisciplinada, e isso demandou um certo tempo para ajustar a ordem em sala, além do tempo de duração das aulas, acredita-se que isso tenha colaborado para que fossem realizadas apenas as tarefas 1 e 2 no dia

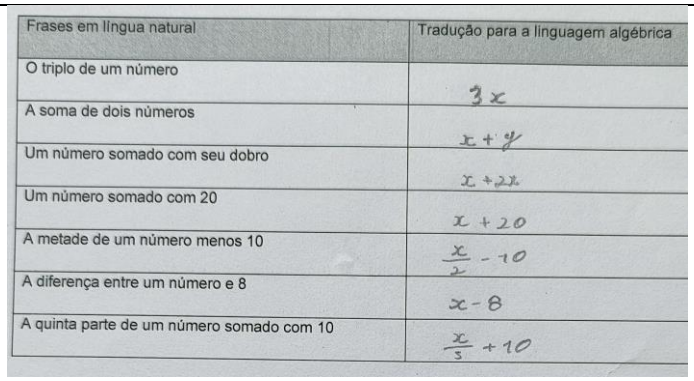
24/05/24, em uma sexta-feira, e só na segunda-feira, dia 27/05/24, foi dada continuidade com a tarefa 3. Apesar disso, alguns alunos pediram explicação sobre a tarefa 3, no dia 24/05 e embora o professor pesquisador tivesse atendido ao pedido dos alunos, foi dito a eles que no encontro seguinte a turma teria outro tempo para a tarefa. A Figura 15 mostra alguns exemplos de respostas dos alunos na referida tarefa.

Figura 15 – Respostas dos alunos A11 e A17 sobre a Atividade 3 tarefa3 do Bloco I



Frases em língua natural	Tradução para a linguagem algébrica
O triplo de um número	3.x
A soma de dois números	x+y
Um número somado com seu dobro	x+2.x
Um número somado com 20	x+20
A metade de um número menos 10	
A diferença entre um número e 8	
A quinta parte de um número somado com 10	5:x+10

Aluno: A11



Frases em língua natural	Tradução para a linguagem algébrica
O triplo de um número	3x
A soma de dois números	x+y
Um número somado com seu dobro	x+2x
Um número somado com 20	x+20
A metade de um número menos 10	$\frac{x}{2}-10$
A diferença entre um número e 8	x-8
A quinta parte de um número somado com 10	$\frac{x}{5}+10$

Aluno: A17

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

O Quadro 13 mostra o desempenho qualitativo dos 26 alunos, em cada uma das três tarefas da atividade 3.

Quadro 13 - Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco I - Atividade 3

Categoria de desempenho	Percentual de alunos
Conversão correta da linguagem natural para a algébrica	46%
Conversão parcial da linguagem natural para a algébrica	15%
Dificuldade na conversão da linguagem natural para a algébrica	38%

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

A última atividade do Bloco I buscou consolidar a compreensão sobre a conversão entre diferentes registros de representação, como a conversão do registro em lingua natural para o registro algébrico. Os resultados indicam que os alunos tiveram maior dificuldade nesta atividade em comparação com as anteriores, especialmente na representação das operações matemáticas em forma simbólica.

Fatores como distração, dificuldades de abstração e falta de familiaridade com o uso de letras para representar quantidades podem ter influenciado o desempenho. Esse resultado reforça a importância de criar estratégias didáticas que favoreçam a transição fluida entre registros de representação, pois segundo Duval (2009) *apud* Silva e Bisognin (2021, p. 3) "A mobilização de distintos registros de um mesmo objeto matemático, na maior parte dos casos, não ocorre de maneira espontânea e evidente para os estudantes".

5.3. Análise a posteriori das atividades do Bloco II

O segundo Bloco II compreendeu apenas uma atividade composta por três tarefas que buscaram apresentar os sistemas de equações sob a forma de desafios lógicos. Essa atividade, conforme descrito nas análises preliminares, teve por objetivo compreender como os desafios da lógica podem ser usados para abordar os sistemas de equações polinomiais de 1º grau. Esperava-se que os alunos conseguissem associar as sentenças lógicas com as equações de 1º grau e encontrassem os valores das "incógnitas". A primeira tarefa apresentava um sistema de equações já "montado" e que estava relacionado a uma situação problema. A segunda tarefa exibia quatros caixas contendo brinquedos, as caixas estavam identificadas com preços que correspondiam à soma dos brinquedos dentro das caixas. Dados os preços de três caixas de brinquedos, perguntava-se qual o preço de uma quarta caixa. A terceira e última tarefa apresentava os preços de associações de garfos e facas e se perguntava o custo de cada garfo e cada faca.

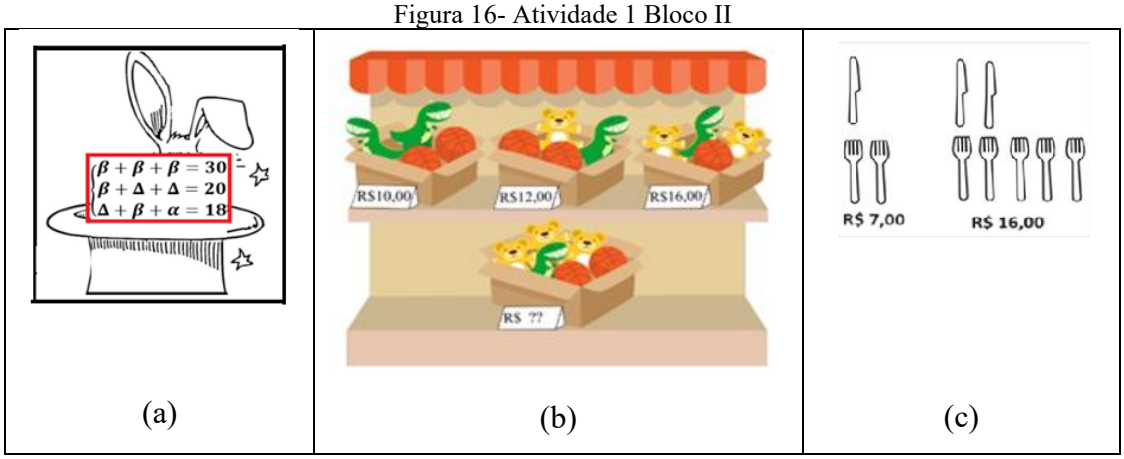
5.3.1. Atividade 1 do Bloco II

As imagens da Figura 16 exemplificam os desafios lógicos propostos aos alunos. A situação da Figura 16a dizia que as letras $\alpha, \beta \; e \; \Delta$ indicavam a quantidade de salgados a ser determinada, e a intenção era descobrir quantos salgados João havia consumido, sabendo que ele havia comido $\alpha + \beta - \Delta$ salgados.

Em seguida tem-se a Figura 16b, na qual é mostrada uma estante com duas prateleiras que contém caixas de brinquedos. Na prateleira superior há três caixas de brinquedos cujos preços correspondem à soma de todos os brinquedos que estão dentro de cada uma delas. Rosa quer comprar a caixa de brinquedo na prateleira inferior. Assim, os alunos foram desafiados a descobrir o valor da caixa de brinquedos da prateleira inferior.

Para finalizar o Bloco II, tem-se na Figura 16 , item c, o anúncio dos preços de uma faca e dois garfos como sendo R$ 7,00 e de duas facas e cinco garfos como sendo R$ 16,00. Pedia-se que os alunos descobrissem o valor de cada faca e cada garfo.

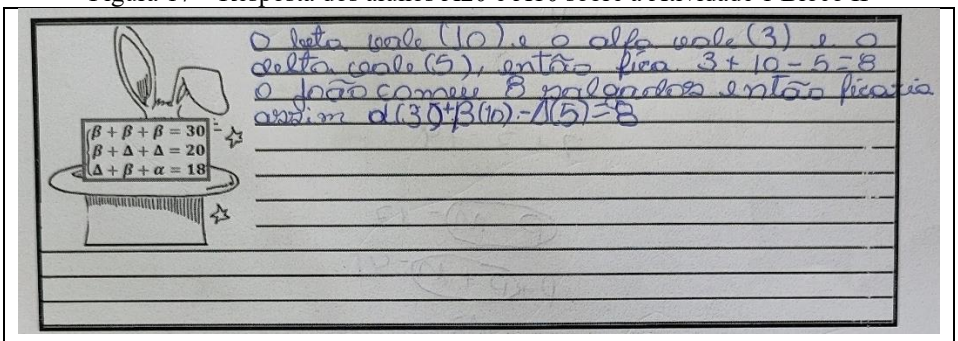
Figura 16- Atividade 1 Bloco II



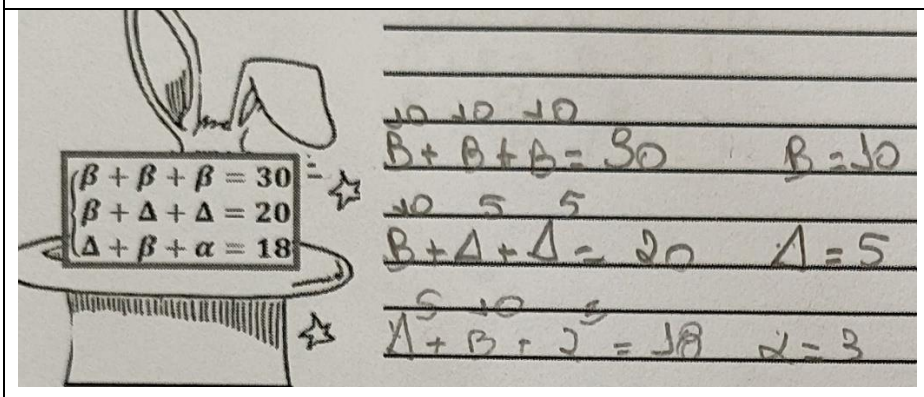
Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Alguns exemplos de resolução dos desafios, registrados pelos alunos nos protocolos das atividades são mostrados na Figura 17.

Figura 17 – Resposta dos alunos A20 e A10 sobre a Atividade 1 Bloco II



Aluno: A20



Aluno: A10

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

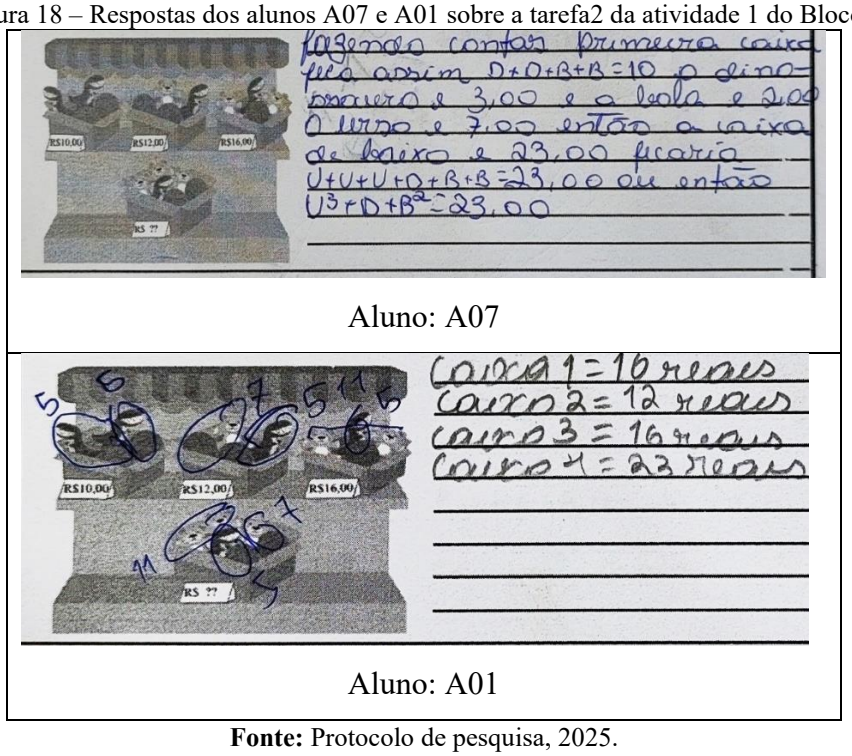
Da Figura 17 percebe-se que os alunos concluíram que o valor da letra beta devia ser 10, pois a soma era igual a 30. Na Figura 17, é possível percber que aluno A10 teve o cuidado de indicar os valores numéricos acima das letras numa espécie de verificação e/ou confirmação de que as operações aritméticas estavam corretas. É interessante notar que ele escreveu a letra

B, do alfabeto latino, mesmo tendo sido explicado que as letras na tarefa proposta faziam parte do alfabeto grego.

Quanto à tarefa 2, das caixas de brinquedos, o aluno A07, conforme a Figura 18, não deixa claro como chegou aos resultados dos valores do dinossauro e da bola. É possível supor que o aluno atribuiu valores a esses brinquedos já que na primeira caixa havia duas bolas e dois dinossauros totalizando 10 reais para o preço da caixa.

Embora o sistema seja formado por três equações e possua três incógnitas, uma tentativa de resolução que viesse a manipular as três equações se revelaria bastante trabalhosa pelos alunos, uma vez que ainda não haviam sido orientados quanto aos métodos de resolução de um sistema de equações. O mais natural seria uma abordagem conforme a que foi feita pelo aluno A01 conforme a Figura 18, na qual ele fez associações em pares de brinquedos na primeira caixa e a partir de uma primeira associação, descobriu outras associações na caixa central e por fim na caixa à esquerda da central. De posse dessas associações de brinquedos e preços, ele foi capaz de determinar o preço da quarta caixa, sem precisar determinar o preço individual de cada um deles.

Figura 18 – Respostas dos alunos A07 e A01 sobre a tarefa2 da atividade 1 do Bloco II



Aluno: A07

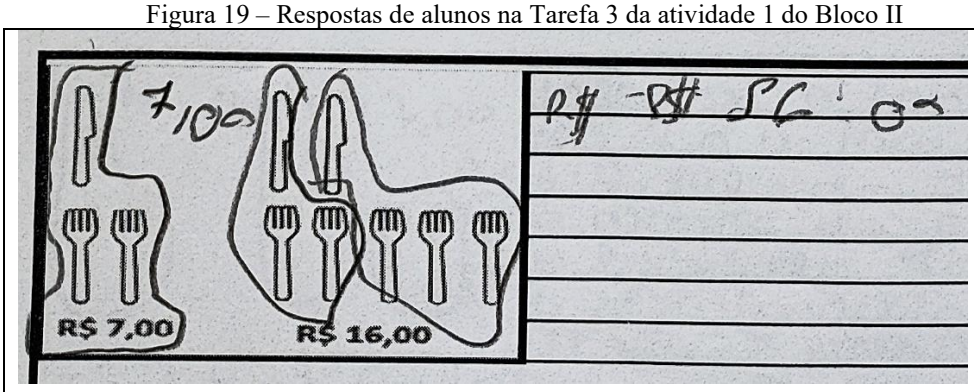
Aluno: A01

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

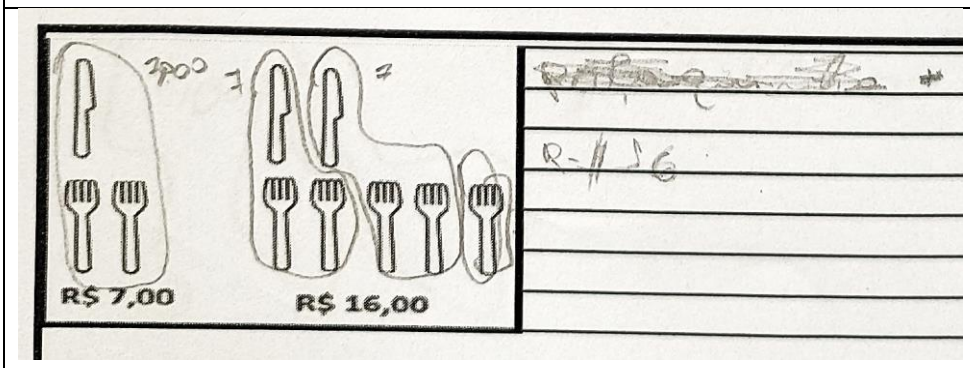
Os alunos atentos às orientações repassadas pelo professor pesquisador tiveram menos dificuldades na tentativa de resolução da tarefa 2. Eles usaram o mesmo raciocínio descrito por (Rodrigues, 2021) no qual o autor chama de estratégia aritmética de cálculo por agrupamento e substituição. Os resultados dos alunos A19 e A21 mostram que mesmo tendo sido feito o

agrupamento de uma faca e dois garfos e levado essa informação para a segunda relação entre os objetos, não foi possível dar uma resposta correta. Ao se analisar os protocolos das atividades percebe-se que, em geral, os alunos tiveram dificuldade em expressar, por meio de palavras, o raciocínio que utilizaram para resolver os desafios propostos e assim justificar seus resultados. Há, entretanto, alunos que tentaram uma escrita de justificativa do seu raciocínio, ainda que incompleta, conforme se pode observar pela resposta do aluno A24.

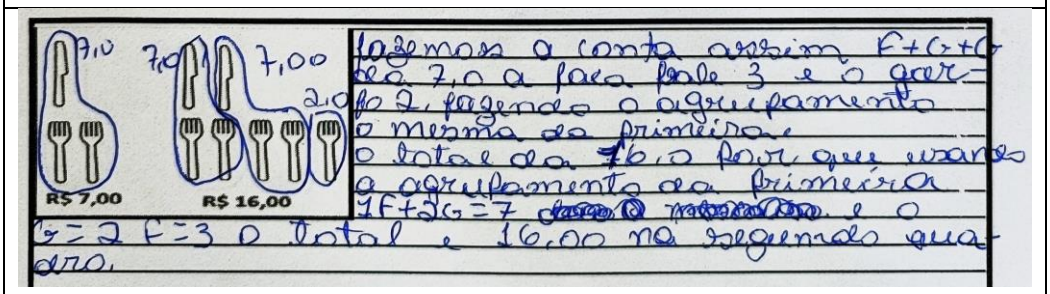
Figura 19 – Respostas de alunos na Tarefa 3 da atividade 1 do Bloco II



Aluno: A19



Aluno: A21



Aluno: A24

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

As três tarefas que compuseram o Bloco II apresentaram situações-problema que desafiaram os 9 participantes desta atividade a resolverem problemas com a utilização de diferentes formas de representação como a figural e a numérica.

Essas atividades exigiram que os alunos alternassem entre registros distintos de representação, como o algébrico (uso de letras e números para expressar relações), o verbal (explicação dos procedimentos adotados) e o pictórico (uso de imagens para estruturar o raciocínio).

A dificuldade a que se refere o parágrafo anterior alerta para o fato de que a compreensão matemática se dá não apenas pela manipulação de um único registro de representação, mas pela conversão entre múltiplos registros, pois, de acordo com Duval (1993) apud Moretti (2002, p. 346) "Tendo vários registros de representação é possível haver mudança entre eles e estas mudanças poderão ser mais econômicas e potencializadas. Tendo mais registros, há um aumento potencial de possibilidades de trocas e, por conseguinte, há um aumento também na escolha mais econômica."

O Quadro 14 apresenta o desempenho qualitativo dos alunos e deixa visível as dificuldades na conversão entre esses registros, além da barreira na justificação escrita do raciocínio desenvolvido.

Quadro 14 - Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco II - Atividade 1

Categoria de desempenho	**Percentual de alunos**
Demonstra dificuldades na resolução das tarefas e na conversão entre diferentes registros de representação	44%
Apresenta compreensão parcial dos conceitos matemáticos, mas com dificuldades na justificativa e na transição entre registros	56%
Resolve as tarefas corretamente, justificando bem suas respostas e utilizando diferentes registros de forma eficiente	10%

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

A atividade do Bloco II proporcionou um ambiente desafiador para os alunos, estimulando a resolução de problemas por meio da alternância entre diferentes registros de representação, como o algébrico, verbal e pictórico. No entanto, as dificuldades na conversão entre esses registros foram evidentes, impactando diretamente na justificativa dos raciocínios matemáticos. A análise das respostas dos alunos indicou que, embora alguns tenham conseguido estruturar estratégias eficazes, a maioria apresentou dificuldade na transição entre os formatos de representação e na explicação escrita dos processos utilizados. Isso reforça a importância de metodologias que incentivem a integração de múltiplos registros e promovam o desenvolvimento de habilidades para expressar o pensamento matemático de forma clara e coerente.

5.4. Análise a posteriori das atividades do Bloco III

O Bloco III foi constituído por duas tarefas apenas em uma folha de atividade que em linhas gerais abordaram dois métodos de resolução de sistema de equações, o método da adição e o método da substituição. Este bloco objetivou que os alunos compreendessem o emprego da linguagem algébrica para a representação do referido conteúdo, além da abordagem dos métodos de resolução.

5.4.1. Tarefa 1 do Bloco III

A primeira tarefa do Bloco III se referia a uma situação problema no estilo adivinhação (com uma simples encenação): Foi apresentado à turma em uma mesa na frente do quadro magnético duas caixas, a caixa 1 e a caixa 2. Na caixa 1 havia uma quantidade de paçoquinhas e na caixa 2 uma quantidade de pés de moleque (inicialmente havia sido pensado, para esta tarefa, o uso de bombons e pirulitos, mas como no momento da aplicação da sequência didática, mês de junho, a escola já estava em ritmo de São João, foi decidido mudar os elementos da encenação para paçoquinha e pés de moleque que após a atividade foram distribuídos a todos os participantes). A turma foi dividida em dois grupos, A e B. O grupo A observaria as quantidades de paçoquinha na caixa 1 e de pés de moleque na caixa 2, anotariam as quantidades na folha de atividade e em seguida informariam a soma e a diferença dessas quantidades. Por sua vez, o grupo B deveria eleger uma letra que representasse a quantidade de paçoquinhas e uma outra letra para representar a quantidade de pés de moleque e então deveriam fazer a representação algébrica da soma e da diferença com as letras escolhidas para essas representações. Com as explicações feitas durante a atividade deveriam descobrir a quantidade de paçoquinhas na caixa 1 e a quantidade de pés de moleque na caixa 2. A Figura 20 mostra o comando da folha de atividade para a tarefa.

Figura 20 - Tarefa 1 da Atividade 1 Bloco III



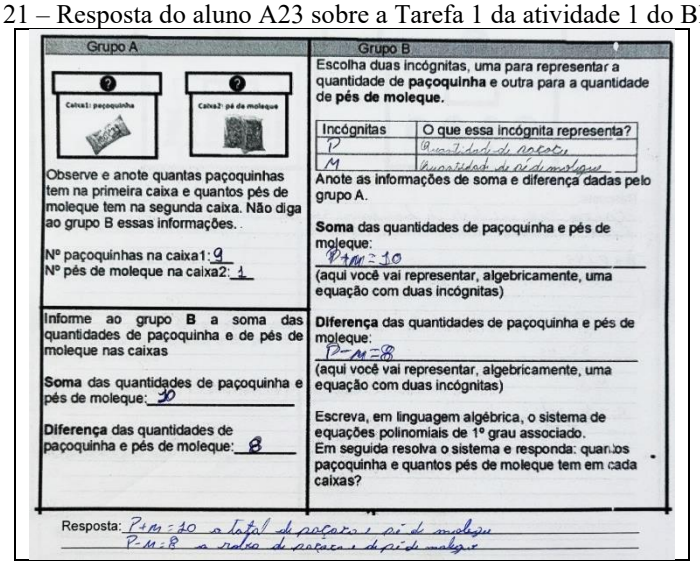
Sabendo-se que a soma das quantidades de paçoquinha e pé de moleque é 10 e a diferença é 8, descubra quantas paçoquinhas tem na caixa 1 e quantos pés de moleque tem na caixa 2.

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Conforme indicado na Figura 21, embora o aluno tenha anotado corretamente as informações quantitativas e tenha feito o registro em notação algébrica, não deixou registrado

o desenvolvimento da solução do sistema de equações. Na verdade, não houve, em nenhum dos protocolos da atividade, registro algum de resolução do sistema na forma exposta na seção 3.5, Quadro 7, que tratou dos métodos de resolução de um sistema de equações. Houve, na grande maioria dos protocolos, o registro algébrico do sistema e em alguns casos o registro dos números que atendiam a ambas as equações envolvidas.

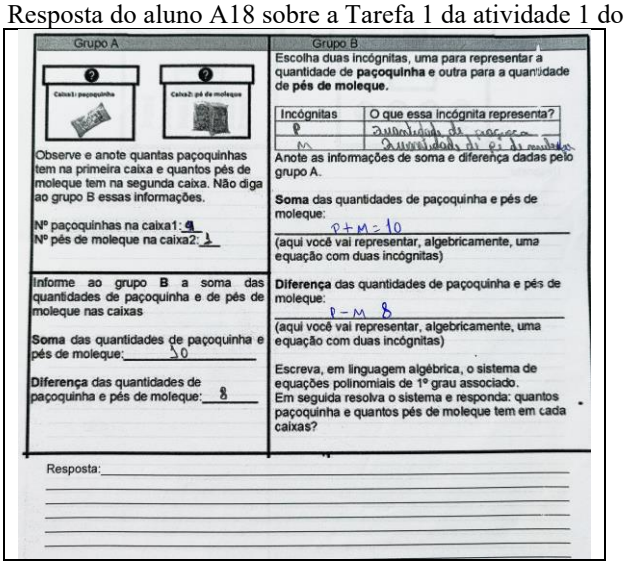
Figura 21 – Resposta do aluno A23 sobre a Tarefa 1 da atividade 1 do Bloco III



Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Conforme a Figura 22, também se observa que o aluno A18 limitou-se apenas a fazer o registro dos quantitativos da situação proposta.

Figura 22 - Resposta do aluno A18 sobre a Tarefa 1 da atividade 1 do Bloco III

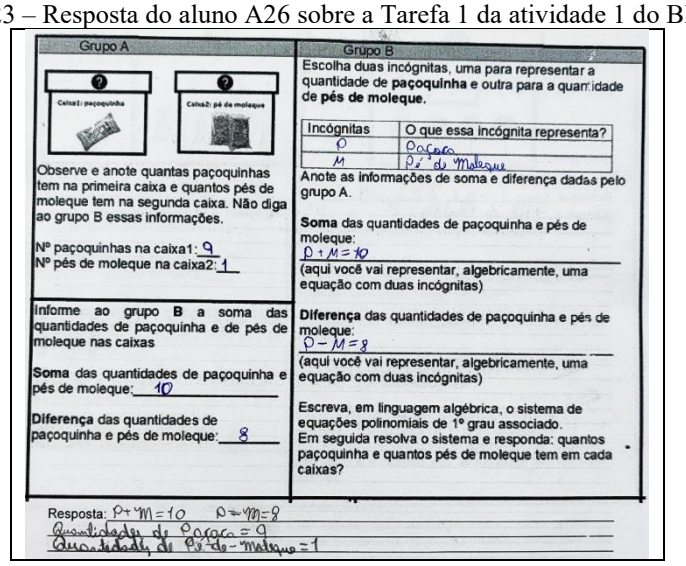


Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

É possível perceber, a partir das Figura 21 e Figura 22 que os alunos conseguiram fazer as representações, em linguagem algébrica, da soma e da diferença das quantidades de paçocas e pés de moleque.

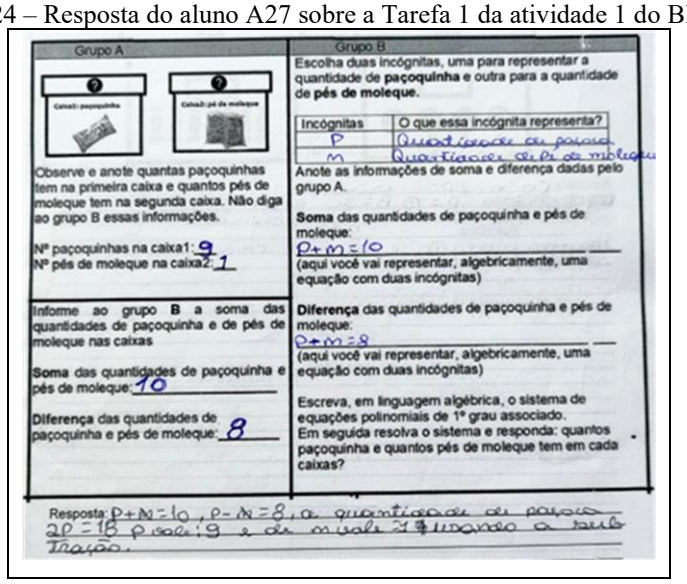
Apenas dois, dos vinte alunos que participaram desta atividade, encontraram a solução do sistema sem, contudo, registrar a resolução nos moldes da seção 3.5. As Figuras 23 e 24 mostram os registros desses dois alunos.

Figura 23 – Resposta do aluno A26 sobre a Tarefa 1 da atividade 1 do Bloco III



Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Figura 24 – Resposta do aluno A27 sobre a Tarefa 1 da atividade 1 do Bloco III



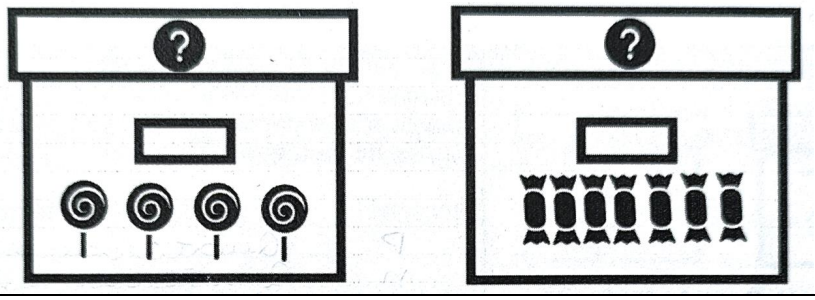
Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

O esperado nesta tarefa seria que os alunos fizessem a representação algébrica a partir da informação da soma e da diferença das quantidades de paçocas e pés de moleque e em seguida resolvessem o sistema pelo método da adição. No entanto, dos 20 alunos presentes na atividade, 5 não conseguiram fazer o registro da soma e diferença. Entre os 15 que conseguiram essa representação, apenas dois alunos conseguiram chegar ao resultado esperado, sem, contudo, utilizar o método da adição conforme descrito na seção 3.5. Assim, em resumo, tem-se que 75% dos alunos conseguiram fazer o registro de representação algébrica e desses 75%

apenas 13,33% conseguiram encontrar a solução do sistema, mas sem utilizar o método da adição.

Já a segunda tarefa da atividade 1 do Bloco III apresentava uma situação-problema, em língua materna, que precisava ser convertida em linguagem algébrica e de posse do sistema formado, determinar a sua solução. Esta situação problema relacionada a sistema de equações foi planejada para ser resolvida pelo método da substituição. A Figura 25 exibe a situação problema da tarefa 2.

Figura 25 - Tarefa 2 da atividade 1 do Bloco III

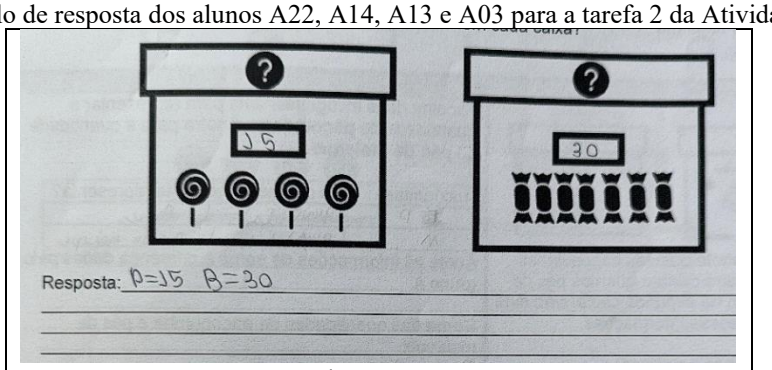


Você tem bombons e pirulitos distribuídos em duas caixas da seguinte maneira: uma contém apenas bombons e outra apenas pirulitos. Você sabe que a caixa de bombons tem uma quantidade que é o dobro da quantidade de pirulitos e que a soma das quantidades de bombons e pirulitos é 45. Quantos bombons e quantos pirulitos tem em cada caixa?

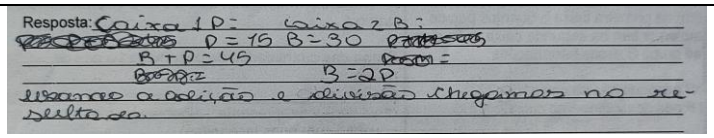
Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Cada aluno recebeu a folha de atividade com a tarefa 2. O esperado era que os alunos recordassem das atividades já realizadas sobre a adoção de letras para representar as incógnitas e a tradução de frases em linguagem natural para a linguagem algébrica e em seguida estruturassem o sistema referente a situação proposta. Como foi informado que a soma das quantidades de bombons e pirulitos era 45 e que a quantidade de bombons era o dobro da quantidade de pés de moleque esperava-se que eles chegassem a uma representação para o sistema como $\begin{cases} b+p=45 \\ b=2p \end{cases}$, por exemplo tomando b para a quantidade de bombons e p para a quantidade de pirulitos. A Figura 26 exemplifica a maneira como alguns alunos enfrentaram o problema e as representações que conseguiram realizar.

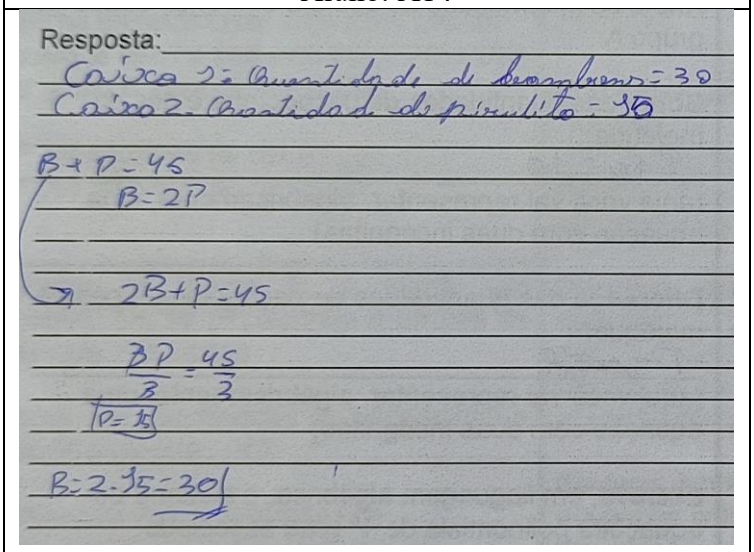
Figura 26 - Exemplo de resposta dos alunos A22, A14, A13 e A03 para a tarefa 2 da Atividade 1 do Bloco III



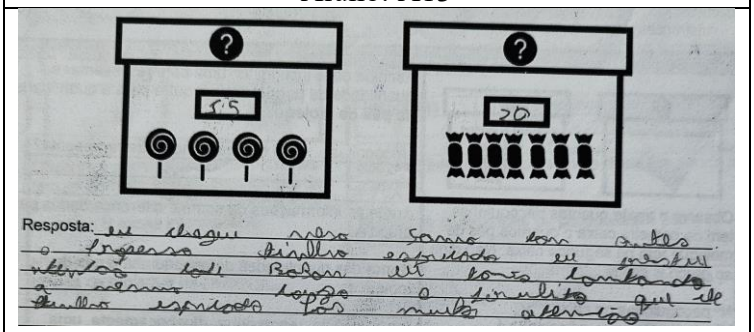
Aluno: A22



Aluno: A14



Aluno: A13



Aluno: A03

Fonte: Protocolo de pesquisa, 2025.

Dos protocolos observados na Figura 26 é possível perceber que os alunos A22, A14, A13 e A03 não chegaram a fazer a representação algébrica do sistema - com as equações agrupadas com a chave - conforme esperado. Dos 20 alunos presentes na atividade, 9 entregaram a folha em branco, dos 11 onze alunos restantes 6 escreveram apenas o par de números que atendia às duas equações, ou seja, que indicavam a quantidade de bombons e

pirulitos e apenas 5 tentaram escrever alguma forma de raciocínio que justificasse o resultado por eles encontrado.

A tarefa 2 foi planejada para conter uma situação problema de fácil tradução para a linguagem algébrica a partir da qual a aplicação do método de resolução (método da substituição) fosse bem assimilada pelos alunos. Foi possível perceber que cerca de 55% dos alunos não precisaram fazer a representação algébrica do sistema e com simples manipulação aritmética conseguiram encontrar o par de valores que atendia às duas equações. Esperava-se com a assimilação da atividade que os alunos aprendessem um método de resolução que pudesse vir a ser empregado em situações semelhantes e quem sabe com parâmetros racionais. No entanto, será que o sistema apresentou parâmetros simples demais para sua solução? Os alunos conseguiriam resolver outros sistemas com coeficientes maiores e em outros tipos de registros, como o decimal ou fracionário? Essas são algumas reflexões que foram feitas após a conclusão da atividade do Bloco III.

A forma como os alunos responderam a tarefa 2 faz lembrar as palavras de Duval et. al (2015) citado por Moretti e Brandt (2018, p. 23): “Em relação às letras, a dificuldade está associada à seguinte questão: por que devo utilizar letras se posso utilizar números?”. Uma questão assim levantada por um aluno, e para as pessoas de um modo geral, que sempre questionam o uso das letras em matemática está justamente em não considerar situações de generalização, da sintetização que as letras proporcionam e que permitem que se trabalhe com equações, por exemplo, que dispensam a técnica do método das tentativas que ao que parece foi a utilizada pelos alunos na tarefa em questão. Vale destacar que não se quer desprezar tal técnica, ela é perfeitamente utilizável em situações simples, mas e quanto às situações mais complexas? O uso de um método analítico-algébrico é bem mais viável de ser empregado.

O Quadro 15 mostra o desempenho qualitativo dos alunos quanto na atividade 1 do Bloco III.

Quadro 15 - Bloco III - Atividade 1

Categoria de desempenho	Percentual de alunos
Dificuldade na resolução das tarefas e na conversão para linguagem algébrica	45%
Consegue resolver as tarefas, mas sem seguir o método esperado	42%
Resolve as tarefas corretamente e utiliza o método proposto	13%

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

As atividades do Bloco III buscaram desenvolver a capacidade dos alunos de traduzir problemas do cotidiano para a linguagem algébrica e resolver sistemas de equações pelos métodos da adição ou substituição. No entanto, os resultados indicam que uma parcela

significativa dos estudantes apresentou dificuldades na conversão de registros e na aplicação dos métodos esperados. Embora muitos tenham conseguido encontrar as soluções corretas, a ausência da metodologia proposta sugere que há uma resistência no uso de abordagens algébricas em detrimento de técnicas aritméticas intuitivas. Esses achados reforçam a necessidade de estratégias pedagógicas que enfatizem a importância da formalização matemática e da generalização, promovendo uma compreensão mais ampla dos conceitos envolvidos.

5.5. A atividade avaliativa

A atividade avaliativa foi realizada no dia 7 de junho de 2024, contando com a participaçãode de 16 alunos. No entanto, a atividade de uma aluna com deficiência (PCD) não foi considerada devido à falta de alfabetização, conforme evidenciado pela Figura 8Figura 8 – Resposta da aluna especial sobre a atividade 1 do Bloco I. A avaliação contemplou os conteúdos abordados ao longo da execuação da sequência didática, ainda que não necessariamente na ordem cronológica em que foram apresentados.

O Quadro 16 apresenta os resultados do desempenho dos alunos, distribuídos pelos seguintes temas: conversão entre registros de representação (2 questões), equação de 1º grau (2 questões), sistema de equações no registro algébrico (3 questões) e situações-problema relacionadas a sistema de equações (3 questões).

Quadro 16 – Desempenho dos alunos na atividade avaliativa por tema

	Conversão entre Registros de Representação	Equações de 1º grau	Sistema de Equações no Registro algébrico	Situações-problema Envolvendo Sistema de Equações
Acerto	26,7%	40%	31,1%	35,5%
Acerto Parcial	22,2%	0%	11,1%	9%
Em Branco	51,1%	60%	57,8%	55,5%

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Os resultados do Quadro 16 oferecem um panorama do desempenho dos alunos nos quatro temas centrais da sequência didática: conversão de registro, equação de 1º grau, sistema de equação e problemas envolvendo sistema de equações.

De maneira geral, o percentual de acerto variou entre 26,7% e 40%, sendo o melhor desempenho registrado nas questões sobre equações de 1º grau. Esse dado pode indicar um ponto de partida promissor para futuras abordagens sobre o tema. No entanto, a conversão entre registros de representação, especificamente da forma figural para a algébrica, apresentou o

menor desempenho. Isso sugere a necessidade de maior atenção e aprofundamento dessa habilidade em atividades futuras afim de melhorar a compreensão dos alunos do 8º ano do EF.

Outro ponto relevante é o alto percentual de respostas em branco, superior a 50% na maioria dos casos, o que indica dificuldades expressivas dos alunos em lidar com situações que exigem a mobilização de diferentes registros de representação. Segundo Duval (2003), a aprendizagem matemática requer a capacidade de articular ao menos dois registros distintos de representação para que se estabeleça uma compreensão significativa. Dessa forma, a dificuldade observada na conversão de registros pode estar diretamente associada ao baixo desempenho geral na avaliação e novas investidas investigativas das possíveis razões (por exemplo maior tempo de contato com as atividades de conversão de registros) pelas quais os alunos sentem dificuldades nesse tratamento se fazem necessárias.

Além disso, os acertos parciais foram os que apareceram em menor proporção, com destaque para a conversão de registro de representação, que apresentou um percentual de 22%. Esse dado indica que alguns alunos possuem conhecimentos prévios, mas estes ainda são insuficientes para resolver os problemas de forma completa.

Fatores externos podem ter influenciado esses resultados. Como mencionado na Seção 5.1, a ausência da professora titular da disciplina devido a uma licença médica resultou em horários vagos para a turma. Durante a aplicação da sequência didática, alguns alunos questionavam se as atividades teriam impacto na nota final, demonstrando que a avaliação quantitativa ainda é um fator motivador predominante para muitos. Mesmo após esclarecimentos de que as atividades não valeriam pontos adicionais, essa percepção pode ter desmotivado alguns estudantes, reduzindo sua participação efetiva.

Outro fator relevante é o impacto da pandemia de COVID-19 na aprendizagem desses alunos. Muitos enfrentaram dificuldades relacionadas à leitura, interpretação textual e operações básicas da aritmética devido ao ensino remoto precário, sobretudo em famílias com recursos limitados para acesso à internet e dispositivos eletrônicos. Além disso, a idade da maioria dos alunos, entre 12 e 13 anos, pode ter influenciado sua postura em relação ao estudo, priorizando momentos de lazer em detrimento da responsabilidade acadêmica.

É válido destacar que, durante a aplicação da sequência didática, houve maior interação entre professor-pesquisador e aluno. No entanto, a atividade avaliativa em si pode ter gerado tensão nos estudantes, impactando seu desempenho. Conforme Duval (2006), a conversão entre registros é uma operação cognitiva complexa e essencial para a aprendizagem matemática, mas que requer um acompanhamento contínuo e intervenções pedagógicas específicas para ser plenamente desenvolvida.

Diante desses fatores, a necessidade de reforçar conceitos e práticas relacionadas à conversão de registros de representação torna-se evidente. Um maior tempo dedicado a essa habilidade pode contribuir significativamente para a melhoria do desempenho dos alunos.

No próximo capítulo, serão apresentadas as considerações finais da pesquisa, analisando as possíveis causas do desempenho dos alunos e propondo encaminhamentos pedagógicos para melhorias futuras.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como questão norteadora a seguinte indagação: “Como uma sequência didática com vistas à compreensão de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas pode contribuir para a aprendizagem de alunos do ensino fundamental?” Para responder a tal questão foi estabelecido como objetivo geral: Analisar as potencialidades da aplicação de uma Sequência Didática sobre o objeto matemático Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas para uma turma do 8º ano do ensino fundamental.

Tal como foi exposto na introdução deste trabalho, sua relevância se dá, entre outros, levando-se em conta as possíveis dificuldades dos alunos do 8º ano do EF (via diagnóstico com docentes); o desenvolvimento das habilidades almejadas pela (BNCC); a importância do estudo de sistema de equações por ser um tópico fundamental na educação básica, pois segundo (Leon, 1999 apud Silva, 2021, p. 24) o problema mais relevante em matemática é solucionar um sistema de equações lineares, uma vez que mais de 75% de todos os problemas matemáticos encontrados em aplicações científicas e industriais implicam na resolução de um sistema linear em alguma etapa.

A fase experimental se utilizou de uma sequência didática, construída a partir dos pressupostos teóricos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, e dividida em três blocos de atividades em um total de 16 tarefas que envolveram os princípios da igualdade, a tradução de sentenças matemáticas tanto em registro de representação figural quanto em língua natural para um registro de representação em linguagem algébrica, o tratamento com equações de 1º grau e os desafios lógicos como uma forma alternativa de apresentar os sistemas de equações; os quais foram resolvidos pelos métodos da adição e substituição.

As tarefas foram pensadas para abordar situações que pudessem fazer parte, sempre que possível, do cotidiano dos estudantes, que pudessem desafiá-los e instigá-los à busca de soluções para os problemas e assim despertar o interesse pela matemática, desenvolver o senso de responsabilidade e compromisso nos estudos de modo que os alunos pudessem agir de maneira mais participativa.

O Bloco I tratou dos princípios da igualdade (a partir da associação entre uma balança de dois pratos e uma equação); das equações de 1º grau e da conversão entre registros de representação (tanto em registro figural quanto em língua natural para a linguagem algébrica).

A partir da análise do Quadro 11 – Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco I - Atividade 1– é possível perceber que para 67% dos alunos, houve compreensão, total ou parcial, dos princípios da igualdade trabalhados naquela atividade. Quanto a atividade 2, que tratou da

conversão entre registros de representação (do figural para o algébrico), é possível inferir, a partir do Quadro 12 – Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco I - Atividade 2 – que para 79% dos alunos houve uma compreensão, total ou parcial, na conversão entre os registros. Na terceira e última atividade do Bloco I, que desenvolveu a tradução de registros em língua natural para a linguagem algébrica, também houve indício de aprendizagem na referida tradução, pois, segundo o Quadro 13 - Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco I - Atividade 3 - , constata-se que 61% dos alunos fizeram conversão entre os registros de representação de forma correta ou parcial demonstrando compreender o processo de tradução entre dois diferentes tipos de registros.

No Bloco II foi apresentado o sistema de equações sob a forma de desafios lógicos. É possível afirmar que para cerca de 66% dos alunos houve indício de aprendizagem pois esta é a taxa de alunos que alcançaram compreensão parcial ou completa nas atividades, conforme foi mostrado no Quadro 14 - Desempenho qualitativo dos alunos: Bloco II - Atividade 1.

Finalmente, no Bloco III, onde foi tratado especificamente do objeto sistema de equações propriamente dito, com ênfase nos dois métodos de resolução mencionados na seção 3.5, a saber, o método da adição e o método da substituição, a partir do Quadro 15 - Bloco III - Atividade 1, é possível perceber que, entre os que conseguiram resolver o sistema por um dos métodos mencionados ou por tentativa, cerca de 55% dos alunos chegaram à solução do sistema.

Concluída a fase de aplicação da sequência didática, foi realizada com a turma uma atividade avaliativa com 10 questões relativas à conversão entre registros de representação; equação de 1º grau; sistema de equações no registro algébrico e situações-problema relacionadas a sistema de equações.

Os resultados mostraram, a partir da análise do Quadro 16, que o desempenho dos 16 alunos participantes da avaliação, do ponto de vista qualitativo, foi bom, ainda que o percentual de acertos total ou parcial tenha ficado, em média, em torno dos 43,9%, o que indica que para alguns alunos a sequência didática contribuiu para o aprendizado de alunos do 8º ano do EF pois os dados constantes nos quadros de desempenho das atividades da sequência didática, por bloco, e mesmo na atividade avaliativa final, atestam esse indício.

O percentual médio de 56,1% de alunos que deixaram atividades em branco revela questões como desinteresse ou falta de maturidade para participar de práticas pedagógicas mais interativas. A sequência didática exige maior participação ativa dos alunos, em contraste com a postura passiva de aguardar que o professor forneça exemplos e inicie a resolução dos exercícios.

Essa realidade reforça a reflexão de Raymond Duval, citado por Freitas (2020): explicar a solução de um problema não prepara os alunos para resolver outros, mesmo que envolvam o mesmo conhecimento. Assim, é essencial questionar esse modelo passivo de estudo e estimular diálogos reflexivos que levem os alunos a desenvolverem uma base sólida em matemática, favorecendo a abstração, criatividade e a resolução autônoma de desafios.

Além dos fatores já mencionados, outros aspectos também podem ter influenciado o alto índice de atividades em branco. Alguns alunos estavam envolvidos nos ensaios da quadrilha para a festa junina, o que pode ter reduzido sua participação. Além disso, quando foi informado à turma que a sequência didática não era obrigatória e que as tarefas não seriam contabilizadas na avaliação bimestral, alguns alunos deixaram de frequentar as aulas de experimentação. Soma-se a isso a tensão natural que atividades avaliativas podem gerar e o fato de que a turma havia se acostumado a ter tempo livre, já que estavam sem aulas de matemática devido à licença médica da professora regente.

Uma limitação importante desta pesquisa foi o contexto dos alunos, que vivenciaram a pandemia e podem ter desenvolvido dificuldades em manter uma participação mais ativa. Esses resultados podem estar relacionados às sequelas do período pandêmico, e é razoável supor que uma aplicação futura, com alunos que já tenham superado essas dificuldades, possa gerar resultados mais positivos. Além disso, a amostra foi reduzida, passando de 35 para apenas 16 participantes, o que compromete a representatividade dos dados e indica a necessidade de ampliar a pesquisa para um número maior de alunos.

A análise dos dados do desempenho dos alunos na atividade avaliativa revela que a maior dificuldade ocorreu na resolução de equações de 1º grau, com 60% das respostas em branco, seguida pelo sistema de equações no registro algébrico (57,8%) e pelas situações-problema envolvendo sistemas de equações (55,5%). Esses resultados indicam que ajustes na sequência didática são necessários, especialmente no ensino de sistemas de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, para tornar a abordagem mais eficaz e favorecer a participação ativa dos alunos. Além disso, o tempo restrito da sequência didática, com apenas seis encontros, e a quantidade limitada de exemplos trabalhados também podem ter dificultado a assimilação dos conceitos. Assim, futuras pesquisas poderiam expandir o tempo de aplicação e revisar as estratégias didáticas para promover maior engajamento e melhor desempenho dos estudantes.

Concluído o processo de aplicação da sequência didática, bem como a atividade avaliativa percebeu-se que o uso da sequência didática, orientada a partir das ideias da Teoria dos Registros de Representação Semiótica permitiu que os alunos, sujeitos da presente

pesquisa, desenvolvessem as atividades propostas. Assim, é possível afirmar que há potencialidades na sequência didática aplicada em uma turma de 8º ano do ensino fundamental sobre sistema de equações, e que, os resultados obtidos a partir de sua aplicação indicam que a questão de pesquisa é respondida, uma vez que a estrutura da sequência didática, guiada pelas ideias de Duval com a TRRS, ao trabalhar as diferentes conversões de registros de representação proporcionaram resultados positivos pelos sujeitos da pesquisa.

Do ponto de vista teórico e prático, a pesquisa contribuiu ao demonstrar que o uso de diferentes registros de representação pode favorecer a compreensão do conceito de sistema de equações, incentivando uma abordagem mais interativa no ensino da matemática. Também reforça a importância do uso de metodologias que favoreçam mais a participação ativa dos alunos, estimulando-os na busca por autonomia no processo de ensino e aprendizagem.

Refletindo sobre a jornada acadêmica no mestrado, esta pesquisa representou uma experiência profundamente enriquecedora, marcada por desafios e aprendizados que impulsionaram o crescimento profissional e pessoal do seu pesquisador. A elaboração da dissertação demandou um rigoroso processo de investigação, experimentação e análise crítica, culminando em importantes reflexões sobre o ensino de matemática.

No âmbito da formação matemática, esta pesquisa proporcionou clareza sobre os elementos essenciais para abordar o conteúdo de sistema de equações. Foi possível conectar os princípios da igualdade, equações de 1º grau e sistema de equações, além de identificar os momentos em que os alunos necessitam de maior atenção e acompanhamento.

Em termos de formação teórico-didático-pedagógica, o estudo foi fundamental para o aprofundamento do conhecimento sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Essa teoria se revelou um guia essencial na elaboração da sequência didática, direcionando a escolha de cada atividade e aprimorando a eficácia do processo de ensino-aprendizagem.

Por fim, e não menos importante, o mestrado contribuiu significativamente para a formação pessoal do seu autor pesquisador-professor. Adquiriu-se uma consciência mais reflexiva e um senso de responsabilidade em relação às teorias estudadas. Isso impulsiona a busca constante pela conexão entre os saberes teóricos aprendidos em sala de aula de um curso de formação continuada e a prática pedagógica na sala de aula onde ocorre o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

A partir dessa jornada, torna-se inviável interagir em um ambiente de sala de aula sem questionar os modelos tradicionais de ensino. É imperativo refletir sobre o "o quê" e o "como" os objetos matemáticos são abordados, e, principalmente, assegurar que a compreensão e o aprendizado dos alunos ocorram de forma efetiva.

A sequência didática, fruto desta pesquisa, tem condições para ser reaplicada com sugestão de se ampliar o tempo de aplicação da sequência didática a fim de ser possível exercitar um maior números de exercícios com variado nível de dificuldade, com atividades que envolvam resolução de tarefas em grupo para estimular maior interação entre os alunos e contribuir para o trabalho em equipe, com a inclusão de exemplos que envolvam tanto equações de 1º grau quanto sistema de equações, em registro algébrico, com coeficientes racionais (na representação fracionária) e quando se usar coeficientes inteiros, que a solução do sistema não sejam de tão fácil estimativa, até mesmo para que o estudo e uso dos métodos de resolução de um sistema revelem sua importante utilidade.

A partir desse trabalho, é possível efetuar a aplicação do Produto Educacional gerado a partir dessa dissertação em outros contextos, bem como, retomar a pesquisa e elaborar novas atividades com materiais concretos, como as balanças de dois pratos que podem ser confeccionadas com material reciclável, além do uso de balanças virtuais, proporcionando assim maior conexão entre o conceito dos princípios da igualdade e o conceito de equação, essenciais para compreensão de equação de 1º grau e posterior aplicação na resolução de sistema de equações. Também é possível reaplicar a sequência didática fruto dessa pesquisa trabalhando-se a conversão do sistema de equação do registro algébrico para o registro gráfico no plano cartesiano, com uso de lápis e papel, bem como com o uso de software educativo como o Geogebra.

Indica-se aos futuros pesquisadores: a educação é um campo em constante evolução, e cada esforço para compreender e melhorar os processos de ensino e aprendizagem é valioso. Este estudo almeja ser um incentivo para futuras pesquisas, impulsionando o desenvolvimento de novos trabalhos com a participação de diferentes alunos de diferentes níveis escolares e a obtenção de resultados inéditos. A intenção é fomentar um processo de ciclo contínuo da pesquisa acadêmica, culminando em práticas inovadoras que contribuam para a formação de estudantes mais críticos e participativos, não apenas em matemática, mas em diversas áreas do conhecimento.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, MARIA J. F. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22>. Acesso em: 27 jun. 2023.

BRANDL, E. **As contribuições da teoria de registros de representação semiótica de Duval na aprendizagem de sistemas lineares no ensino médio**. 2018. 185f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2018. <http://www.bc.furb.br/docs/DS/2018/365324_1_1.pdf>. Acesso em: 14 jan. 2023.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. **Aprendizagem da álgebra segundo Raymond Duval**. Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática, *[S. l.]*, v. 2, n. 1, p. 1–26, 2018. Disponível em: https://e-revista.unioeste.br/index.php/rebecem/article/view/19419. Acesso em: 15 nov. 2024.

BRASIL, Ministério da Educação, (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental.** Brasília, MEC/SEF. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 12 out. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 12 out. 2022.

CABRAL, N. F. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém-PA: SBEM/SBEM-PA, 2017. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/ sequencias_didaticas.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2022.

COSTA, R. G.; SILVA, A. J. **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. *In* 1 Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática. 16 - 19 nov. 2020.Disponível em: <https://matematicanaescola.com/ienopem/>. Acesso em: 21 abr. 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática, 8º ano:** ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo. Ática, 2019.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em 15 fev. 2023.

FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. (2020). Entrevista: raymond duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, *2*(3), 10–34. Disponível em: https://doi.org/10.33871/22385800.2013.2.3.10-34. Acesso em: 15 nov. 2024.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JUNIOR, José Ruy. **A Conquista da Matemática** – Nova. 7ª série. São Paulo. FTD. 1998.

GOULART, A. M. A. **A aprendizagem significativa de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas.** 2014. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC-SP, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/10997>. Acesso em: 23 dez. 2022.

MACIEL, N. O. **As relações contratuais e seus efeitos na passagem da equação do 1º grau para sistemas lineares**. 193 f. Dissertação de Mestrado em Educação e Ciências e

Matemática – Universidade Federal de Pernambuco, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/40041>. Acesso em: 20 nov. 2022

MORETTI, Méricles Thadeu. **O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática**. Revista Contrapontos, v. 2, n. 3, p. 343-362, 2002. Disponível em <https://periodicos.univali.br/index.php/rc/article/view/180> Acesso em 16 mar. 2025

OLIVEIRA, J. S. **A engenharia didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva: o caso da área de figuras planas irregulares com o geogebra.** 2017. 119 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Educação Matemática, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3121>. Acesso em: 03 out. 2024.

RODRIGUES, R. J. **Aprendizagem significativa de sistemas de equações de 1º grau: Uma sequência didática para alunos do ensino fundamental**. 156 f. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Federal de Uberlândia, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/33514>. Acesso em: 23 dez. 2022.

SILVA, C. F. **Sistemas de equações lineares: contribuições de uma sequência didática à luz da teoria de registros de representações semióticas**. 2021. 105 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – UFN-RS, Santa Maria, 2021. Disponível em: < http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/ handle/UFN-BDTD/975>. Acesso em: 14 jan. 2023.

SILVA, Carolina Ferreira da; BISOGNIN, Vanilde. Teoria de registros de representações semióticas e sistemas lineares: contribuições de uma sequência didática**. REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 16, p. 01-21, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/79048/46557>. Data do acesso: 10 jan. 2025.

SILVA, J. R. **Sistema de Equações Lineares: Possibilidades de Ensino por Meio de Uma Sequência Didática**. 184 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018. Disponível em: < http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/559516>. Acesso em: 05 nov. 2022.

SILVA, M. R. P. **Uma abordagem de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas**. 55 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática – IMPA, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: < https://impa.br/wp-content/uploads/2017/04/TCC_2017_milton_roberto_silva.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2022.

SILVA, N. A.; FERREIRA, M. V. V.; TOZETTI, K. D. **Um estudo sobre a situação didática de Guy Brousseau**. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 12., 2015, Curitiba. Disponível em: <https://www.academia.edu/36553983/UM_ESTUDO_SOBRE_A_SITUA%C3%87%C3%83O_DID%C3%81TICA_DE_GUY_BROUSSEAU>. Acesso em: 14 jul. 2022.

SILVA, S. A. O. **Erros e dificuldades no processo de ensinar e aprender a resolver sistemas de duas equações do 1º grau no 8º ano**. 103 f. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário). Universidade do Minho. Portugal. 2012. Disponível em: <https://hdl.handle. net/1822/24159>. Acesso em: 09 out. 2022.

SOUZA, H. T.; IGLIORI, S. B. C. **Convergências entre resolução de problemas e registro de representação semiótica**. Revista de Produção Discente em Educação Matemática, v.6, n.2, pp. 30-41, 2017. Disponível

em:<https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/35418/24244>. Acesso em 26/05/2024.

VASCONCELOS, A. M. **Uma Sequência Didática para o Ensino das Operações de Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão de Números Inteiros.** 201 f. Dissertação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020. Disponível em: < http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/570704>. Acesso em: 21 jan. 2023.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**; tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998. Disponível em: < https://pedagogiaparaconcursos.blogspot.com/2021/04/download-do-livro-pratica-educativa.html >. Acesso em out. 2023.

APÊNDICES

A - QUESTIONÁRIO COM DOCENTES

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA – PPGEM2024

Prezados (as) professores (as),

Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que pretende contribuir para superação dos obstáculos de ensino e aprendizagem de Matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades em sala de aula. Neste sentido, é de grande importância sua colaboração, respondendo a este questionário, para o bom êxito do estudo em questão. As informações obtidas terão um caráter confidencial e sua identidade será preservada. As informações serão utilizadas para fins acadêmicos. Agradecemos a sua colaboração com nosso trabalho nesta pesquisa. Muito obrigado.

1. **Sexo:**
   a) ( ) Masculino
   b) ( ) Feminino

2. **Faixa etária**:
   (a) ( ) 15-20 anos
   (b) ( ) 21-25 anos
   (c) ( ) 26-30 anos
   (d) ( ) 31-35 anos
   (e) ( ) 36-40 anos
   (f) ( ) 41-45 anos
   (g) ( ) 46-50 anos
   (h) ( ) 51-55 anos
   (i) ( ) 56-60 anos
   (j) ( ) 61-65 anos
   (k) ( ) 66-70 anos

3. **Escolaridade:(Informe a formação e inicial e a continuada)**
   ( ) Ensino Médio. Curso:_____Ano de conclusão:_____
   ( ) Ensino Superior. Curso:_____Ano de conclusão:_____
   ( ) Especialização. Curso:_____Ano de conclusão:_____
   ( ) Mestrado. Curso:_____Ano de conclusão:_____
   ( ) Doutorado. Curso:_____Ano de conclusão:_____

4. **Tempo de serviço como professor.**
   ( ) Menos de 1 ano
   ( ) 1-5 anos
   ( ) 6-10 anos
   ( ) 11-15 anos
   ( ) 16-20 anos
   ( ) 21-25 anos
   ( ) 26-30 anos
   ( ) 31-35 anos
   ( ) Mais de 35 anos.

5. **Como você costuma iniciar suas aulas de matemática?**
   ( ) Pelo conceito seguido de exemplos e exercícios;
   ( ) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
   ( ) Com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;
   ( ) Com jogos para depois sistematizar os conceitos;
   ( ) Outros. Qual?_____

6. **Do que você sente mais falta quando ministra suas aulas de Matemática?**
   ( ) Formação inicial sólida;
   ( ) Domínio de classe;
   ( ) Compreensão dos conceitos matemáticos;
   ( ) Formação continuada;
   ( ) Metodologias diferenciadas de ensino;
   ( ) Recursos didáticos e pedagógicos;
   ( ) Outros. Qual?_____

7. **Você seleciona os conteúdos de matemática a partir de quê?**

( ) Parâmetros curriculares nacionais – PCN;

( ) Livro Didático;

( ) Caderno de orientações da rede de ensino;

( ) Base nacional comum curricular – BNCC;

( ) Outros. Qual?_____

8. Quais as principais formas de avaliação que você costuma aplicar/ utilizar? (Marque mais de uma opção, se necessário)

( ) Prova oral;

( ) Prova escrita;

( )Autoavaliação;

( )Trabalhos em grupo ou individuais;

( ) Produções no caderno;

( ) Outros. Qual?_____

9. Para fixar o conteúdo ministrado, você costuma?

( ) Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;

( ) Apresentar jogos envolvendo o assunto;

( ) Mandar resolver os exercícios do livro didático;

( ) Não propor questões de fixação;

( ) Propõe a resolução de questões por meio de softwares

( ) Outros. Qual?_____

10. A rede de ensino onde você atua oferece formação continuada

( ) Não oferece;

( ) Oferece raramente;

( ) Oferece frequentemente;

( ) Sempre.

11. Quando a rede de ensino onde você trabalha, ou ainda outras instituições, ofertam curso de formação continuada Você:

( ) Não participa;

( ) Participa poucas vezes;

( ) Participa muitas vezes;

( ) Sempre.

12. Você considera a matemática uma disciplina difícil de ser ensinada?

( ) Sim;

( ) Não.

13. Seus alunos gostam de matemática?

( ) Todos

( ) A maioria

( ) A minoria

( ) Nenhum

14. Quais as maiores dificuldades dos seus alunos nas aulas de matemática?

( ) Compreensão dos conceitos/ideias;

( ) Compreensão das regras;

( ) Resolução de problemas;

( ) Realizar cálculo;

( ) Outros. Qual:_____

15. Qual o bloco de conteúdos da matemática você considera mais importante nas suas aulas?

( ) Números e operações;

( ) Grandezas e medidas;

( ) Espaço e forma;

( ) Tratamento da informação;

Justifique:_____

16 - Preencha o quadro a seguir com base na sua experiência de professor (a) do 8º ano do ensino fundamental.

Conteúdo	Costuma ensinar?		Grau de dificuldade para os alunos aprenderem			
	Sim	Não	Muito fácil	Fácil	Difícil	Muito difícil
UNIDADE TEMÁTICA ÁLGEBRA						
Expressões Algébricas						
Parte numérica(coeficientes) e Parte literal						
Valor numérico de expressões algébricas						
Monômio						
Monômios semelhantes ou termos semelhantes						
Grau de um monômio						
Adição de monômios						
Subtração de monômios						
Multiplicação de monômios						
Divisão de monômios						
Binômio						
Adição de binômio						
Subtração de binômios						
Multiplicação de binômios						
Divisão de binômios						
Trinômio						
Adição de trinômios						
Subtração de trinômios						
Multiplicação de trinômios						
Divisão de trinômios						
Polinômios						

Adição de polinômios						
Subtração de polinômios						
Multiplicação de polinômios						
Divisão de polinômios						
História da Matemática relacionada à álgebra						
equações do 1º grau com uma incógnita;						
Raiz de equação						
Conjunto universo e conjunto solução de uma equação						
Equações equivalentes						
equações do 1º grau com duas incógnitas;						
Gráfico das soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas						
Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas						
Soluções de um sistema de eq do 1º g com duas incógnitas						
método de resolução da adição;						
método de resolução da substituição;						
Método de resolução da comparação						
plano cartesiano; pares ordenados;						
representação gráfica do sistema						
Questões sobre sistema de equações do 1º grau de provas como o ENEM						

17 - Existe alguma outra dificuldade dos alunos no estudo de Sistema de equações polinomiais de 1º grau que você gostaria de mencionar? Qual?

_____

_____

_____

_____

_____

18 - Na existência de um material didático específico para o ensino de Sistema de equações polinomiais de 1º grau o que esse material deveria conter?

_____

_____

_____

_____

_____

B – Sequência didática aplicada aos alunos

BLOCO I – EQUAÇÃO DE 1º GRAU, REVISÃO DE PROCEDIMENTOS OPERACIONAIS

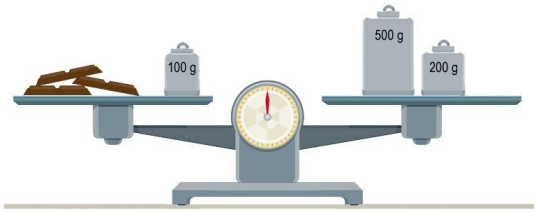
ATIVIDADE 1: Operando com uma balança

Objetivo: Estabelecer as propriedades da igualdade que são essenciais para a compreensão dos procedimentos operatórios da resolução de uma equação de 1º grau.

Material: Caneta/Lápis, borracha, balança, objetos para colocar na balança, papel A4 e roteiro de atividades.

Procedimentos:

Tarefa única: Considere a figura abaixo que representa uma balança de dois pratos. Observando com atenção, responda as seguintes indagações:



O que acontece se adicionarmos um bloco com massa de 100g no prato da balança à esquerda?

_____

_____

O que você faria para que a balança se equilibrasse após o acréscimo dos 100g no prato da balança à esquerda?

_____

_____

O que aconteceria se retirarmos um bloco de 200g do prato do lado direito?

_____

_____

O que você faria para que a balança se equilibrasse após a retirada do bloco de 200 g?

ATIVIDADE 2: Comparando uma balança de dois pratos com uma equação.

OBJETIVO: Mostrar a representação algébrica de uma equação do 1º grau com uma incógnita.

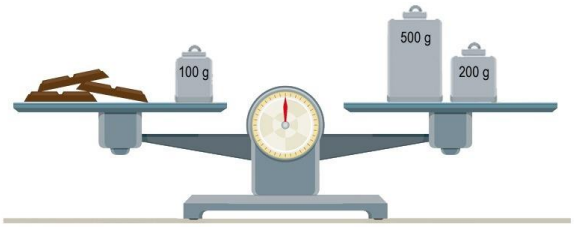
MATERIAL UTILIZADO: atividade impressa, papel, caneta/lápis, quadro branco e pincel.

PROCEDIMENTOS:

Tarefa 1 – Considere as figuras das balanças ilustradas abaixo, todas em equilíbrio. Recorde do que foi dito na atividade 1, sobre o fato de que o equilíbrio da balança pode ser representado na forma escrita pelo símbolo $''=''$.

OBS: Lembre que a soma dos objetos semelhantes na esquerda e a soma dos objetos semelhantes na direita da balança deve ser igual. Lembre-se também que você pode representar qualquer objeto desconhecido por qualquer letra do nosso alfabeto, por exemplo, pode usar a letra $\boldsymbol{c}$ para representar o chocolate por se tratar da letra inicial dessa palavra ($\boldsymbol{c}$ de chocolate). Agora responda às seguintes questões:

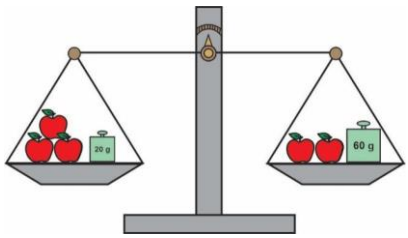
a) Qual representação escrita você pode fazer para representar o equilíbrio da balança abaixo?



Resposta:

b) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?

Resposta:



c) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?

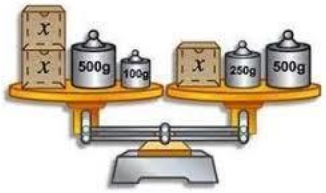


Resposta:

_____

_____

d) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?

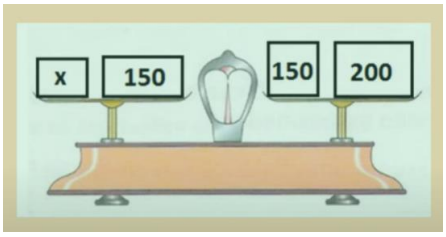


Resposta:

_____

_____

e) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?



Resposta:

_____

_____

ATIVIDADE 3: Língua natural versus linguagem algébrica

OBJETIVO: Compreender a tradução de um texto em língua natural para a linguagem algébrica.

MATERIAL: papel, caneta/lápis, borracha, pincel para quadro branco, roteiro de atividades, cartões, fita crepe.

PROCEDIMENTOS:

Tarefa 1 - Preencha o quadro a seguir, completando uma coluna de cada vez, ou seja, primeiro preencha a coluna do "dobro de um número", depois a coluna do "triplo de um número" e assim por diante.

Número	O dobro	O triplo	O quádruplo	O quíntuplo	O sêxtuplo
4					
7					
10					
14					
20					
Um número					
x					

Tarefa 2 - Preencha o quadro a seguir, completando uma coluna de cada vez, ou seja, primeiro preencha a coluna da "metade de um número", depois a da "terça parte de um número" e assim por diante.

Número	A metade	A terça parte	A quarta parte	A quinta parte	A sexta parte
10					
15					
20					
45					
42					
Um número					
x					

Tarefa 3 - Traduza as seguintes frases, em língua natural, para a linguagem algébrica.

Frases em língua natural	Tradução para a linguagem algébrica
O triplo de um número	
A soma de dois números	
Um número somado com seu dobro	

Um número somado com 20	
A metade de um número menos 10	
A diferença entre um número e 8	
A quinta parte de um número somado com 10	

BLOCO II: SISTEMA DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: CONCEITOS E IDEIAS

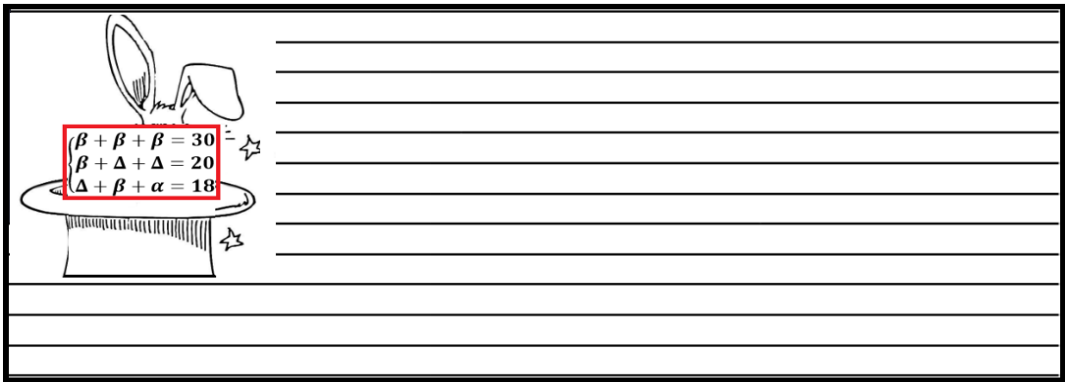
ATIVIDADE 1: Desafios lógicos

OBJETIVO: Compreender como os desafios da lógica podem ser usados para abordar os sistemas de equações polinomiais de 1º grau.

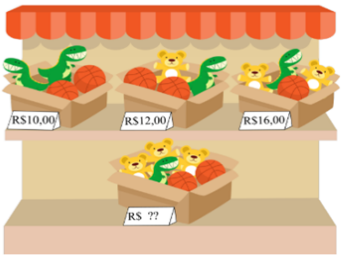
MATERIAL: folha de atividade, lápis, papel e borracha.

PROCEDIMENTO:

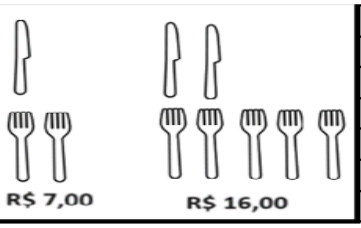
Tarefa 1 - Nas equações da cartola abaixo há três símbolos diferentes: $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, **e** Δ. Eles representam números de salgados a serem desvendados. A quantidade de salgados que João comeu corresponde a operação: $\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} - \Delta$. Descubra quantos salgados ele comeu e explique seu raciocínio nas linhas seguintes.



Tarefa 2 - Rosa quer comprar a caixa de brinquedos que está na prateleira inferior da estante. Informaram-lhe que o valor de cada caixa é igual à soma dos preços de todos os brinquedos que estão dentro de cada uma delas. Quanto custa a caixa de brinquedos que Rosa quer comprar? Justifique abaixo sua solução.



Tarefa 3 – Abaixo você tem o anúncio de que uma faca e duas garfos custam 7 reais e duas facas e cinco garfos custam 16 reais. Você pode dizer quanto custa cada faca e cada garfo? Comente seu raciocínio.



BLOCO III: MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

ATIVIDADE 1(EXPERIMENTAL): Quantos doces tem?

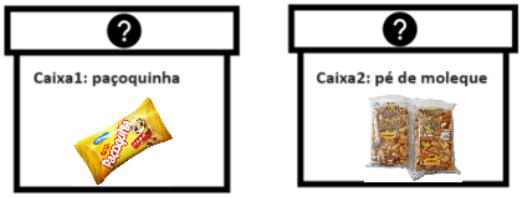
OBJETIVO: Compreender o uso da linguagem algébrica para a representação de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas além dos métodos adição e da substituição de sistema de equações.

MATERIAL: folha de atividade, lápis, papel e borracha, duas caixas de papelão, paçoquinha.

PROCEDIMENTO:

Tarefa 1: A turma deve formar dois grupos, nomeados de A e B e seguir as instruções dadas no quadro abaixo. No quadro há espaços indicados para o preenchimento de dados importantes para a solução da tarefa. Para esta tarefa considere que há 9 paçoquinhas e 1 pé de moleque.

Instruções

<table>
<tr><th>Grupo A</th><th>Grupo B</th></tr>
<tr><td>


Observe e anote quantas paçoquinhas tem na caixa1 e quantos pés-de-moleque tem na caixa2. Não diga ao grupo B essas informações.

Nº paçoquinhas na caixa1:_____
Nº pés de moleque na caixa2:_____
</td><td rowspan="2">
Escolha duas incógnitas, uma para representar a quantidade de paçoquinha e outra para a quantidade de pés de moleque.

<table>
<tr><td>Incógnitas</td><td>O que essa incógnita representa?</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>
Anote as informações de soma e diferença dadas pelo grupo A.

Soma das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:_____
(aqui você vai representar, algebricamente, uma equação com duas incógnitas)

Diferença das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:_____
(aqui você vai representar, algebricamente, uma equação com duas incógnitas)

Escreva, em linguagem algébrica, o sistema de equações polinomiais de 1º grau associado.
Em seguida resolva o sistema e responda: quantos paçoquinha e quantos pés de moleque tem em cada caixas?

{
</td></tr>
<tr><td>
Informe ao grupo B a soma das quantidades de paçoquinha e de pés de moleque nas caixas
Soma das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:____

Diferença das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:____
</td></tr>
</table>

Resposta:

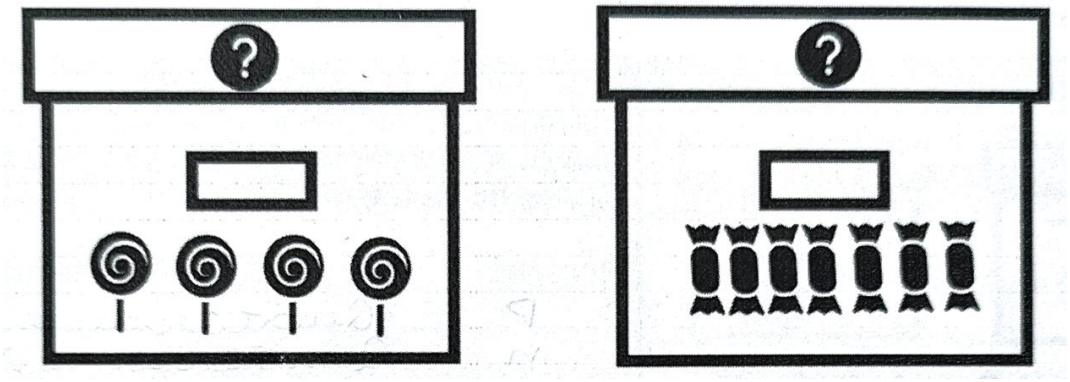
_____

_____

_____

_____

Tarefa 2: Você tem bombons e pirulitos distribuídos em duas caixas da seguinte maneira: uma contém apenas bombons e outra apenas pirulitos. Você sabe que a caixa de bombons tem uma quantidade que é o dobro da quantidade de pirulitos e que a soma das quantidades de bombons e pirulitos é 45. Quantos bombons e quantos pirulitos tem em cada caixa?



Resposta:

_____

_____

_____

_____

_____

C – Atividade Avaliativa

Nome:_____

Atividade Avaliativa

1) Uma lanchonete anuncia a seguinte promoção:



Quanto custa um pastel?

Resposta:

_____

_____

2) Numa mesa há duas caixas fechadas, uma contém apenas paçoquinhas e a outra apenas pés de moleque. Sabe-se que a soma das quantidades de paçoquinhas com pés de moleque é igual a 100. Se a diferença entre as quantidades de paçoquinhas e pés de moleque é igual a 40, qual a quantidade de pés de moleque? (Considere que há mais paçoquinhas que pés de moleque)

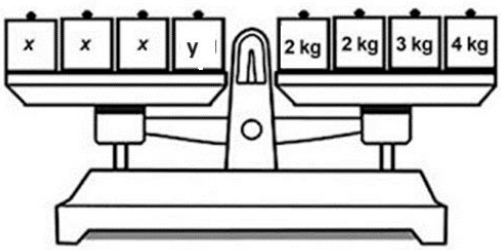
Resposta:

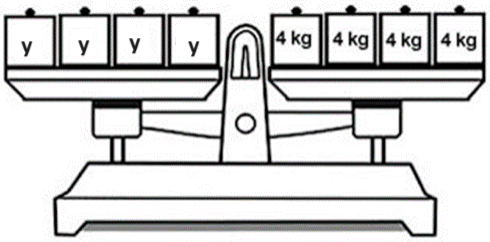
_____

_____

_____

3) Abaixo você tem duas balanças em equilíbrio. Escreva os sistemas de equações de cada balança e resolva-os e diga qual o valor do x e do y.





Resposta:

4) João e Celso são irmãos. A soma das idades deles é igual a 15. Se João tem o dobro da idade de Celso, quais são as idades de cada um?

Resposta:

5) Encontre os valores das incógnitas *p* e *m* nos sistemas de equações:

a) $\begin{cases} p+m=45 \\ p=2m \end{cases}$

Resposta:

b) $\begin{cases} p+m=10 \\ p-m=1 \end{cases}$

Resposta:

c) $\begin{cases} 2p+m=14 \\ p-m=9 \end{cases}$

Resposta:

6) Determine o valor de x nas equações de 1º grau.

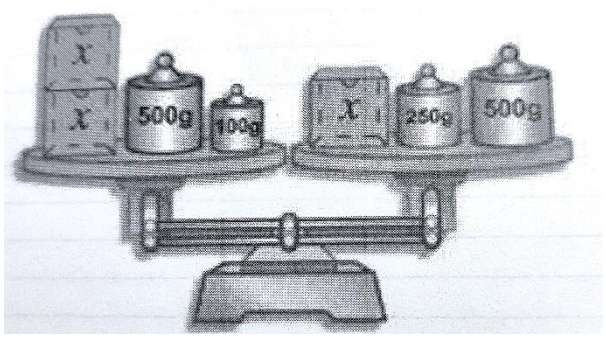
a) $x+20=80$

Resposta:

b) $2x+10=30$

Resposta:

7) A balança abaixo está em equilíbrio. Faça uma representação algébrica desse equilíbrio, isto é, escreva uma equação que represente o equilíbrio na balança.



_____

_____

_____

_____

ANEXOS

A – OFÍCIO DE APRESENTAÇÃO

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

OFÍCIO Nº 004/2024 - PPGEM Belém (PA), 17 de Maio de 2024

Senhora Diretora,

Cumprimentamos V. Sa., e na oportunidade apresentamos o **Prof. DION ESPÍRITO SANTO DA CUNHA** que é aluno regularmente matriculado no **Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática - Mestrado Profissional em Ensino de Matemática** do Centro de Ciências Sociais e Educação da Universidade do Estado do Pará. O motivo da apresentação é a necessidade de consultar V. Sa. sobre a possibilidade de permitir o mesmo em aplicar junto aos alunos da escola sob sua direção seu experimento de Pesquisa que tem como objetivo analisar **"UMA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1° GRAU COM DUAS INCÓGNITAS"** por meio de atividades que fazem parte do desenvolvimento de uma atividade do referido Programa de Pós-Graduação.

Certos de contarmos com sua colaboração, agradecemos desde já,

Atenciosamente,

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Coordenador do PPGEM/CCSE/UEPA

A

Profa. ALESSANDRA FERREIRA MARINHO
Diretora da EEEF MARIA STTELINA VALMONT
Endereço: Pass. Vitória, Nº 423 – Bairro: Terra Firme – CEP: 66077-160

Belém – Pará

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA/CCSE/UEPA
Trav. Djalma Dutra, S/N - CEP. 66113-010 - Telégrafo
E-mail: ppgem.ccse@uepa.br
Fone: 91- 4009-9501

B – TERMO DE CONSIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DOS RESPONSÁVEIS DOS ALUNOS

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA

PROG. DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Senhor(a) responsável você está sendo consultado sobre a possibilidade de seu filho(a) participar da pesquisa intitulada O Ensino de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas por meio de uma Sequência Didática, sob a responsabilidade dos professores ACYLENA COELHO COSTA, orientadora e DION ESPIRITO SANTO DA CUNHA, orientando, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Neste estudo pretendemos traçar um diagnóstico do Ensino de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas a partir da opinião dos estudantes. A colaboração dos alunos(as) na pesquisa será preencher o questionário com

as perguntas norteadoras para a realização da mesma. A atividade ocorrerá nas dependências da escola sob a asupervisão de um professor.

Ressaltamos que em nenhum momento o aluno(a) será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada. Você e o aluno não terão gastos ou ganhos financeiro por participar na pesquisa. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o Ensino de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas.

Você é livre para decidir se seu filho colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: ACYLENA COELHO COSTA, orientadora e orientando DION ESPÍRITO SANTO DA CUNHA por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - PMPEM do Centro de Ciências Sociais e Educação - CCSE da Universidade do Estado do Pará – UEPA: Tv. Djalma Dutra s/n. Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9542

Belém, _____de _____de 2024.

_____

Assinatura dos pesquisadores

Eu, _____

autorizo que meu/minha filho(a)_____

a participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

_____

Assinatura do responsável.

C – TERMO DE CONSIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DOS ALUNOS

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROG. DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado para participar da pesquisa intitulada Sistema de equações polinomiais de 1º grau: uma sequência didática com base nos registros de representação semiótica, sob a responsabilidade dos pesquisadores **Acylena Coelho Costa,** orientadora, e **Dion Espírito Santo da Cunha** orientando, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa pretendemos traçar um diagnóstico do **Ensino de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas** a partir da opinião de professores**.** A sua colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização dela.

Ressaltamos que em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. Você não terá gastos ou ganhos financeiros por sua participação. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o **ensino de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas.**

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Acylena Coelho Costa e/ou Dion Espírito Santo da Cunha, orientador e orientando** por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Telégrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: 4009-9542

Belém, ...de ----------de 2024.

_____

Assinatura do pesquisador

Eu,_____

aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

_____

Participante da pesquisa



Universidade do Estado do Pará

Centro de Ciências Sociais e Educação

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo

Belém-PA

www.uepa.br/ppgem